

CTC-10 Lógica Matemática – Lista de Exercícios 01 -

Professor: Paulo Marcelo Tasinaffo.

Data de Divulgação: 02 de Março de 2012.

Data de Entrega: até sexta-feira da oitava semana. O atraso na entrega da lista acarretará no desconto de 20% na nota da mesma. Depois da semana de recesso a lista de exercícios não será mais aceita pelo professor.

Regulamentos:

1. A lista pode ser resolvida em dupla;
2. A média das duas listas (L1 e L2) entra com peso de 25% na nota final.

1. Verifique através da construção da tabela verdade que todas as fórmulas abaixo são tautológicas:

- a) $\models A \wedge (B \vee C) \leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
- b) $\models A \vee (B \wedge C) \leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ **distributividade**
- c) $\models A \wedge A \leftrightarrow A$
- d) $\models A \vee A \leftrightarrow A$ **idempotência**
- e) $\models A \wedge (A \vee B) \leftrightarrow A$
- f) $\models A \vee (A \wedge B) \leftrightarrow A$ **leis da eliminação**
- g) $\models \sim (A \wedge \sim A)$ **negativa da contradição**
- h) $\models A \vee \sim A$ **“tertium non datur” ou princípio do bem excluído**
- i) $\models \sim (A \vee B) \leftrightarrow \sim A \wedge \sim B$
- j) $\models \sim (A \wedge B) \leftrightarrow \sim A \vee \sim B$ **de Morgan**
- k) $\models \sim (A \rightarrow B) \leftrightarrow A \wedge \sim B$ **negação da implicação**

2. Utilizando os Metateoremas do cálculo proposicional gere argumentos válidos para todas as tautologias citadas abaixo..

- $\models A \rightarrow (B \rightarrow A)$
- $\models (A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C))$
- $\models A \rightarrow (B \rightarrow (A \wedge B))$
- $\models A \wedge B \rightarrow A$
- $\models A \wedge B \rightarrow B$
- $\models (A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \vee B \rightarrow C))$
- $\models (A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \sim B) \rightarrow \sim A)$
- $\models (A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow A) \rightarrow (A \leftrightarrow B))$
- $\models (A \leftrightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B)$
- $\models (A \leftrightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)$
- $\models (A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$
- $\models ((A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow \sim B)) \rightarrow \sim A$
- $\models \sim A \rightarrow (A \rightarrow B)$

3. Faça a tabela de verdade das seguintes fórmulas e determine se elas são contingentes, contraditórias ou tautológicas.

- a) $A \leftrightarrow A$
- b) $A \leftrightarrow \neg A$
- c) $\neg(P \vee \neg P)$
- d) $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
- e) $(A \rightarrow B) \rightarrow A$
- f) $(A \vee B) \rightarrow A$
- g) $A \rightarrow (A \vee B)$
- h) $(C \wedge D) \rightarrow D$
- i) $D \rightarrow (C \wedge D)$
- j) $\neg\neg A$

4. Simbolize, no nível proposicional, os seguintes argumentos:

(a) Os vencimentos aumentam somente se há inflação. Se há inflação, então o custo de vida aumenta. Os vencimentos não aumentaram. Portanto, o custo de vida aumenta;

(b) Joana ou é boa aluna ou é boa pianista. Joana é boa pianista. Portanto, Joana não é boa aluna;

(c) Só pago aos credores se ganhar na loteria: os credores não ficam satisfeitos exceto se eu lhes pagar. Portanto, ganho a loteria ou os credores não ficam satisfeitos. [NB. A “exceto se” considera-se sinônimo de “ou” ou de “se não”].

5. Quais dos argumentos anteriores são válidos, e quais são não-válidos? [Sugestão: construa tabelas de verdade para as premissas e conclusão, e verifique nelas se a conclusão é verdadeira sempre que as premissas forem simultaneamente verdadeiras.]

6. Levando-se em conta a interpretação:

Domínio: conjunto dos números naturais (≥ 0);

Px: x é par;

Rx: x é primo;

Ix: x é ímpar;

Q(x,y): x divide y, ou y é múltiplo de x;

Traduza para português coloquial as expressões simbólicas seguintes e diga qual das são verdadeiras e qual das são falsas para a interpretação dada:

- (a) $\forall x (Q(2, x) \rightarrow Px)$
- (b) $\exists x (Px \wedge Q(x, 3))$
- (c) $\exists x (Ix \wedge Q(0, x))$
- (d) $\forall x (\neg Px \rightarrow \neg Q(2, x))$

- (e) $\forall x (Px \rightarrow \forall y Q(x, y) \rightarrow Py)$
- (f) $\forall x (Rx \rightarrow \exists y (Py \rightarrow Q(x, y)))$
- (g) $\forall x (Ix \rightarrow \forall y (Ry \rightarrow \neg Q(x, y)))$

Boa Sorte ☺!
Prof. Tasinaffo.