

## CTC-10 Lógica Matemática – Lista de Exercícios 02 -

**Professor:** Paulo Marcelo Tasinaffo.

**Data de Divulgação:** 02 de março de 2012.

**Data de Entrega:** até sexta-feira da oitava semana. O atraso na entrega da lista acarretará no desconto de 20% na nota da mesma. Depois da semana de recesso a lista de exercícios não será mais aceita pelo professor.

Regulamentos:

1. A lista pode ser resolvida em dupla;
2. A média das duas listas (L1 e L2) entra com peso de 25% na nota final.

**Questão 01** - Deduza ou prove cada uma das propriedades dadas abaixo. Se o argumento for primitivo, construa a tabela-verdade para verificar sua validade.

**Tabela 01 – Alguns teoremas que podem ser derivados a partir das regras primitivas.**

1.  $\varphi \leftrightarrow \psi \vdash \psi \rightarrow \varphi$
2.  $\varphi \leftrightarrow \psi \vdash \varphi \rightarrow \psi$
3.  $\varphi \vee \psi \dashv\vdash \neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi)$
4.  $\varphi \wedge \psi \dashv\vdash \psi \wedge \varphi$
5.  $\varphi \rightarrow \psi \dashv\vdash \neg(\varphi \wedge \neg\psi)$
6.  $\varphi \dashv\vdash (\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \neg\psi)$
7.  $(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \varphi \vdash \varphi$
8.  $\varphi \vee \neg\varphi \vdash 1$
9.  $\varphi \wedge \neg\varphi \vdash 0$
10.  $\varphi \vee \varphi \vdash \varphi$
11.  $\varphi \wedge \varphi \vdash \varphi$
12.  $\varphi \vee 1 \vdash 1$
13.  $\varphi \wedge 0 \vdash 0$
14.  $\varphi \wedge (\varphi \vee \psi) \vdash \varphi$
15.  $\varphi \vee (\varphi \wedge \psi) \vdash \varphi$
16.  $\neg(\varphi \vee \psi) \vdash \neg\varphi \wedge \neg\psi$  (De Morgan)
17.  $\neg(\varphi \wedge \psi) \vdash \neg\varphi \vee \neg\psi$  (De Morgan)
18.  $\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \theta) \vdash (\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\varphi \rightarrow \theta)$
19.  $\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \theta) \dashv\vdash \varphi \wedge \psi \rightarrow \theta$
20.  $\varphi \leftrightarrow \psi \vdash \neg(\varphi \leftrightarrow \neg\psi)$  ou  $\neg(\psi \leftrightarrow \neg\varphi)$
21.  $A \rightarrow C, B \rightarrow C \vdash A \vee B \rightarrow C$
22.  $A \rightarrow B, \neg A \rightarrow C \vdash B \vee C$

**Questão 02** – Prove por dedução natural, os seguintes sistemas dedutivos adicionais:

1.  $\{A \leftrightarrow (B \vee C), \neg \neg B\} \vdash A \wedge B$
2.  $\{A \vee B, B \rightarrow C, \neg A \wedge D\} \vdash C$
3.  $\{A \rightarrow C, C \rightarrow A, (A \leftrightarrow C) \rightarrow B\} \vdash B$
4.  $\{(A \wedge B) \rightarrow C, \neg C\} \vdash \neg A \vee \neg B$
5.  $\neg(A \wedge \neg B) \vdash A \rightarrow B$
6.  $\neg A \rightarrow B \vdash A \vee B$
7.  $\{A \rightarrow C, B \rightarrow C\} \vdash (A \vee B) \rightarrow C$
8.  $\neg(A \rightarrow B) \vdash A \wedge \neg B$
9.  $A \rightarrow B \vdash (A \vee C) \rightarrow (B \vee C)$

**Questão 03** - 1. Todas as fórmulas enunciadas abaixo são válidas ou tautológicas:

- |                                                                                                     |                                    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|
| a) $\models \neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$                                                   | negação do antecedente             |
| b) $\models (A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$                          | contraposição                      |
| c) $\models A \leftrightarrow A$                                                                    | equivalência é reflexiva           |
| d) $\models (A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (B \leftrightarrow A)$                            | equivalência é simétrica           |
| e) $\models ((A \leftrightarrow B) \wedge (B \leftrightarrow C)) \rightarrow (A \leftrightarrow C)$ | equivalência é transitiva          |
| f) $\models (A \wedge B) \wedge C \leftrightarrow A \wedge (B \wedge C)$                            | $\wedge$ e $\vee$ são associativas |
| g) $\models (A \vee B) \vee C \leftrightarrow A \vee (B \vee C)$                                    |                                    |
| h) $\models \neg(A \vee B) \leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$                                    | de Morgan                          |
| i) $\models \neg(A \wedge B) \leftrightarrow \neg A \vee \neg B$                                    | de Morgan                          |

a) Escolha seis fórmulas presentes na questão 3. Em seguida, demonstre-as pelo método da “eliminação de hipóteses provisórias”.

**Questão 04** - Dada a tabela-verdade abaixo determine:

A	B	C	?
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

- a) uma fórmula para a última coluna da tabela anterior, pelo método de Post.
- b) simplifique a fórmula obtida em (a) através da álgebra de Boole.

**Questão 05** - Repita o problema da questão anterior, mas agora utilizando a tabela-verdade abaixo:

A	B	C	?
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

**Questão 06** - Numa mansão vitoriana, várias pessoas são suspeitas de um crime. São elas: o motorista (A), o cozinheiro (B), o mordomo (C), e o jardineiro (D). O famoso detetive Sherlock Holmes investiga e descobre certos fatos ( $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_7$ ), a partir dos quais conclui, intuitiva ou semanticamente, qual dos suspeitos é o culpado ( $\psi$ ). Simbolize, no nível proposicional, o argumento seguinte (cujas as premissas são os sete fatos descobertos por Sherlock Holmes), e proceda como Sherlock Holmes isto é, descubra o culpado.

1. B é culpado somente se A for culpado.
2. A é culpado sse o crime foi cometido com um revólver.
3. B é culpado ou A é culpado, ou C é culpado ou D é culpado.
4. Se C for culpado, então o crime não foi cometido com um revólver.
5. D não é culpado se o crime não foi cometido com um machado.
6. Se o crime foi cometido com um revolver ou com um machado, então o crime foi premeditado e foi cometido suavemente.
7. O crime não foi cometido suavemente.

Quem é culpado?

**Notas:** caso queira, utilize como proposicionais as letras a, b, c, d, r, m, p, s.

**Boa Sorte ☺!**

**Prof. Tasinaffo.**