Notas importantes sobre a Resolução da Segunda Lista de Exercícios

NOTA 01: Todos os exercícios assinalados com um asterisco "*" significa que este é opcional, em outras palavras, o aluno não precisa resolvê-lo e nem cairá na prova (se for exercício de demonstração). Entretanto, quem entregar estes assinalados resolvidos terá pontos extras na nota da prova.

NOTA 02: As listas de exercícios terão peso 0.3 na média do segundo bimestre e 0.7 será o peso atribuído à prova do segundo bimestre.

NOTA 03: O projeto final não entra na nota do segundo bimestre, pois este entrará na nota do Exame.

Boa Sorte! ☺

Ass: Prof. Paulo Marcelo Tasinaffo

Segunda Lista de Exercícios

(1.) Projete gramáticas livres de contexto para as seguintes linguagens:

a) O conjunto $\{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$; isto é, o conjunto de todos os strings de um ou mais 0's seguidos por uma quantidade igual de 1's.

b) O conjunto $\{a^i b^j c^k \mid i \neq j \text{ ou } j \neq k\}$; ou seja, o conjunto de strings de a's seguidos por b's e por c's, tal que exista um número diferente de a's e b's ou um número diferente de b's e c's, ou ambos.

(2.) A gramática a seguir gera a linguagem de expressões regulares $0^*1(0+1)^*$:

$$S \to A1B$$
$$A \to 0A \mid \varepsilon$$
$$B \to 0B \mid 1B \mid \varepsilon$$

Forneça derivações mais à esquerda e mais à direita dos seguintes strings:

a) 00101;

b) 1001;

c) 00011.

(3.) Considere a gramática

$$S \to aS \mid aSbS \mid \varepsilon$$

Esse gramática é ambígua. Mostre em particular que o string aab tem duas:

a) Árvores de Análise Sintática;

b) Derivações mais à esquerda;

c) Derivações mais à direita.

4. A gramática a seguir gera expressões de prefixo com operandos x e y e os operadores binários +, − e *:

$$E \rightarrow +EE \mid *EE \mid -EE \mid x \mid y$$

a) Encontre as derivações mais à esquerda e mais à direita, e uma árvore de derivações para o string $+*-xyxy$.

~//~

5. Comece com a gramática:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow ASB \mid \varepsilon \\ A &\rightarrow aAS \mid a \\ B &\rightarrow SbS \mid A \mid bb \end{aligned}$$

a) Elimine as ε-produções;

b) Elimine quaisquer produções unitárias na gramática resultante;

c) Elimine quaisquer símbolos inúteis na gramática resultante;

d) Coloque a gramática resultante na forma normal de Chomsky.

(6.) Para as Transparências 8 e 9 da Aula 7 do Prof. Carlos Henrique, obter a função de "Descrições Instantâneas" para cada um dos Autômatos de pilha lá presentes, respectivamente. Para cada um destes ADP passe "dois strings" uma que é aceita pelo ADP e outra que não é.

(7.) Converta a gramática

$$S \to 0S1 \mid A$$
$$A \to 1A0 \mid S \mid \varepsilon$$

em um ADP que aceite a mesma linguagem por pilha vazia.

(8.) Converta a gramática

$$S \to aAA$$
$$A \to aS \mid bS \mid a$$

em um ADP que aceite a mesma linguagem por pilha vazia.

(9.) Para a gramática

$$I \to a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1$$
$$E \to I \mid E*E \mid E+E \mid (E)$$

determine:

a) um ADP P equivalente a esta gramática livre de contexto;

b) esboce graficamente o ADP P resultante.

(*) 10. Prove o seguinte teorema:

"Se $P=(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ é um ADP, e se $(q, x, \alpha) \vdash_P^* (p, y, \beta)$, então para quaisquer strings w em Σ^* e j em Γ^*, também é verdade que,

$$(q, xw, \alpha j) \vdash_P^* (p, yw, \beta j)$$"

11. Para um ADP $P=(\{q,p\}, \{0,1\}, \{Z_0, X\}, \delta, q, Z_0, \{p\})$ com uma função de transição " ou " descrição instantânea " dada por,

Σ	0			1			ε		
Γ	X	Z_0	ε	X	Z_0	ε	X	Z_0	ε
q	(q, XX)	(q, XZ_0)		(q, X)			(p, ε)		
p				(p, XX)	(p, ε)		(p, ε)		

mostre todas as DI's acessíveis quando a entrada w é:

a) 0011

b) 010

(*) 12. Mostre a seguinte propriedade " Se w está em $L(P_F)$, então w está em $N(P_N)$".
Ver página 10 para auxiliá-lo na demonstração (lá o sentido inverso desta propriedade encontra-se demonstrado).

(13.) Projete um ADP para aceitar cada uma das linguagens a seguir. Você pode decidir projetá-lo por "estado final" ou por pilha vazia.

a) $\{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$

b) $\{a^i b^j c^k \mid i = j \text{ ou } j = k\}$

(*) c) O conjunto de todos os strings de 0's e 1's com um número igual de 0's e 1's.

(14.) Para os três itens do exercício anterior, 4.a, 4.b (*) opcional e 4.c (*) opcional, obtenha o ADP por "pilha vazia" para aqueles que foram projetados por "estado final" e obtenha o ADP por "estado final" para aqueles que foram projetados por "pilha vazia".

Converta o ADP $P = (\{p, q\}, \{0, 1\}, \{X, Z_0\}, \delta, q, Z_0)$ em uma gramática livre de contexto, se δ for dado por (Teorema de Chomsky, 1962):

$$\delta(q, 1, Z_0) = \{(q, XZ_0)\}$$
$$\delta(q, 1, X) = \{(q, XX)\}$$
$$\delta(q, 0, X) = \{(q, Z)\}$$
$$\delta(q, \varepsilon, X) = \{(q, \varepsilon)\}$$
$$\delta(q, 1, X) = \{(q, \varepsilon)\}$$
$$\delta(q, 0, Z_0) = \{(q, Z_0)\}$$

(*) (15.) Utilizando o teorema de Chomsky e Miller, 1958 pesquise um "autômato finito" que você ache interessante e converta-o para uma gramática regular. Agora faça o inverso, ou seja, pesquise uma gramática regular e transforme-a num autômato finito.

(6/9)

Propriedades das Linguagens Regulares

TEOREMA: (O lema do bombeamento para linguagens regulares) Seja L uma linguagem regular. Então, existe uma constante m (que depende de L) tal que, para todo string w em L tal que $|w| \geq m$, pode-se dividir w em três strings, $w = xyz$, tais que:

1. $y \neq \varepsilon$
2. $|xy| \leq m$
3. Para todo $k \geq 0$, o string xy^kz também está em L.

Propriedades das Linguagens Livre de Contexto

TEOREMA: Seja L uma linguagem livre de contexto. Então existe uma constante m (dependente apenas da Linguagem L) tal que, se $z \in L$ e $|z| \geq m$, pode-se escrever $z = uvwxy$ de modo que:

1. $|vx| \geq 1$
2. $|vwx| \leq m$
3. $uv^iwx^iy \in L$, para todo $i \geq 0$

(7/9)

16. Utilizando o lema de bombeamento para Linguagens Livre de Contexto, mosque que as linguagens, como definidas abaixo, não devem ser livre de contexto:

a) $\{a^i b^j c^k \mid i < j < k\}$;

b) $\{a^n b^n c^i \mid i \leq n\}$;

(*) c) $\{0^i 1^j \mid j = i^2\}$.

NOTA: o aluno poderá escolher dois itens, entre os três apresentados acima, para resolver em casa.

8/9

(Máquinas de Turing)

17. Resolver exercícios das transparências do Prof. Carlos Henrique (Aula 09 - pg. 14)

(Aplicação da Tupla de 5 elementos das Ações da Máquina de Turing)

18. Verificar os strings de entrada, especificados abaixo, para a Máquina de Turing descrita na Aula 09 - pg: 15 - das transparências do Prof. Carlos Henrique.

a) 0011

b) 00111

19. Encontrar a linguagem L para a Máquina de Turing da Aula 09 - pg: 16 - das transparências do Prof. Carlos Henrique (Na referida Transparência encontra-se esquematizado o grafo direcionado para a máquina de Turing que se deseja obter L).

Boa Sorte! ☺

9/9