Terceira Lista de CCI-22 - Matemática Computacional - 2008

Prof. Carlos Henrique Q. Forster

1. Considere o sistema linear:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 & = -2 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 & = 4 \\ 5x_1 - 4x_2 + 3x_3 & = 8 \end{cases}$$

a. Resolver com pivoteamento parcial com 2 dígitos significantes em todas as operações.

b. Refine a solução obtida (1 passo de refinamento).

2. Considere o sistema linear:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 & = -5 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 & = 8 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 & = 4 \end{cases}$$

a. Resolver pelo método de Eliminação de Gauss.

b. Refine a solução obtida (1 passo de refinamento).

3. Dada a matriz:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

a. Quais os autovalores de B^{-1}.

b. Qual a norma espectral da matriz B.

4. Considere as matrizes:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

a. Resolva os sistemas lineares $Ax = b$, $Bx = b$, pelo processo de Cholesky, onde $b = (2, 1, 5)^t$.

5. Considere a função dada por:

x	1.5	2.0	2.5	3.0
f(x)	2.1	3.2	4.4	5.8

a. Ajuste os pontos acima por uma função do tipo $\sqrt{a + bx}$, usando o método dos mínimos quadrados.

b. Qual função foi minimizada?

6. Determinar a parábola mais próxima dos pontos (x_i, y_i) para a função $y = f(x)$ dada pela tabela:

x	-3	-1	1	2	3
f(x)	-1	0	1	1	-1

7. Seja:

$$A = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

a. Encontre a decomposição LU.

b. Calcule o determinante a partir da decomposição.

c. Resolva o sistema linear $Ax = b$, onde $b = (0, -7, -5)^t$, usando decomposição LU.

8. Considere o sistema linear:

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 & = -12 \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 & = 20 \\ 2x_1 - 3x_2 + 10x_3 & = 3 \end{cases}$$

a. Resolva-o usando decomposição LU.

b. Obtenha o determinante utilizando a decomposição LU.

9. Considere os seguintes números:

$x_1 = 27$
$x_2 = 0.138$
$x_3 = 45.128$

Passe da base 10 para base 2 e escreva na forma de ponto flutuante com base 2, 8 dígitos de mantissa, expoente mínimo -7 e expoente máximo +7.

9. Considere os seguintes números na base 2:

$x_1 = 111011$
$x_2 = 0.01001$
$x_3 = 10.0111$

Escreva-os na base 10.

10. Resolver o sistema linear:

$$\begin{cases} 10x_1 + 2x_2 + x_3 & = 7 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 & = -8 \\ 2x_1 + 3x_2 + 10x_3 & = 6 \end{cases}$$

a. Verificar o critério das linhas.

b. Partindo de $x_0 = (0.7, -1.6, 0.6)^t$, faça uma iteração do método de Jacobi e obtenha a norma L1 da diferença de $x_0 e x_1$.

c. Idem para o método Gauss-Seidel.

d. Escreva na forma matricial a iteração de Jacobi-Richardson, isto é, determine M e c para que a iteração seja escrita como:

$$x^{(k)} = Mx^{(k-1)} + c$$

e. Determine o raio espectral de M, o que isto revela quanto à convergência.

f. Idem para o método Gauss-Seidel.

11. Resolver o sistema linear a seguir pelos métodos iterativos de Jacobi ou de Gauss-Seidel:

$$\begin{vmatrix} 10 & 2 & -3 & 5 \\ 1 & 8 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & -5 & 1 \\ -1 & 2 & 3 & 20 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 48 \\ 4 \\ -11 \\ 150 \end{vmatrix}$$

12. Modelar o sistema de equações lineares para obter todas as correntes pelos resistores dada a tensão.

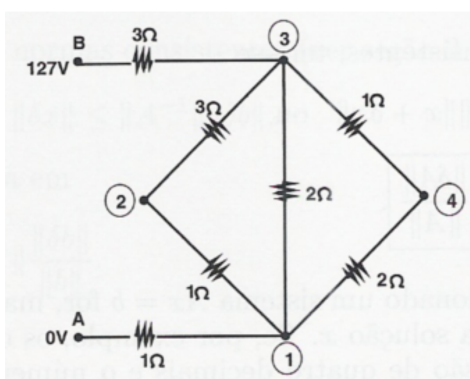

Figura 1. Circuito elétrico resistivo.

13. Seja $T : \Re^2 \rightarrow \Re^2$ o operador linear que gira cada vetor $v \in \Re^2$ de um ângulo ϕ. Determinar os autovalores e correspondentes autovetores nos seguintes casos:

a. $\phi = 2n\pi$

b. $\phi = (2n+1)\pi$

c. $\phi = \left(\frac{2n+1}{2}\right)\pi$