Lista de Exercícios – CCI-22 – Forster 2008

1. Obtenha uma aproximação para $\int_{0.2}^{2.0} f(t)dt$, onde f é tabelada abaixo.

i	0	1	2	3	4	5	6
x_i	0.2	0.5	0.8	1.1	1.4	1.7	2.0
y_i	-0.04457	0.02253	0.20899	0.48638	0.83656	1.24708	1.70895

a) pela regra 1/3 de Simpson composta (use toda a tabela) e
b) pela regra 1/3 de Simpson simples (use apenas 3 elementos da tabela).

2. Obtenha uma interpolação quadrática da função $f^{-1}(y)$ no intervalo $y_0 \le y \le y_2$ e a partir dela encontre x tal que $f(x) = 0$.

3. Obtenha uma função cúbica $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ que aproxime a função $f(x)$ pelo método dos mínimos quadrados para os pontos $x_i, 1 \le i \le 5$, porém seja tal que $g(x_0) = y_0$ e $g(x_6) = y_6$.

4. Considere o polinômio $p(x) = 2x^4 - 3x^2 + 3x - 4$

a) Encontre uma aproximação para a raiz no intervalo [1, 2]. Aplique 1 iteração do método da posição falsa resolvendo geometricamente.
b) Encontre uma aproximação para a raiz próxima de -2. Aplique 1 iteração do método de Newton para encontrar um zero de $p(x)$ tomando como ponto inicial $x_0 = -2$.

5. Considere ainda o polinômio $p(x) = 2x^4 - 3x^2 + 3x - 4$.

a) Encontre uma aproximação para a integral $\int_{-1}^{1} p(x)dx$ pela regra 1/3 de Simpson simples.
b) Calcule o valor exato da integral e obtenha o erro absoluto. Obtenha o erro máximo estimado para a integral de Simpson pela fórmula $\frac{h^5}{90} f^{(4)}(\xi)$ e compare com o erro nominal.

6. Considere o polinômio $p(x) = x^3 + 2x^2 - 4x + 4$

a) Aplique 3 iterações do método de Newton para encontrar um zero de $p(x)$ tomando como ponto inicial $x_0 = 0$.
b) Explique graficamente o que obteve.

7. Considere os seguintes valores para a função $f(x) = e^x - x^5$

x	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2
$f(x)$	1.00000	1.22108	1.48158	1.74436	1.89786	1.71828	0.83180

a) Estime o erro máximo da integral de Simpson no intervalo baseado na expressão $\frac{(b-a)h^4}{180} M_4$.

b) Calcule uma aproximação para $\int_0^{1.2} f(x)dx$ utilizando a regra (1/3) de Simpson composta e todos os valores tabelados acima.

8. Encontre f(4) pela regra do trapézio repetida com passo h=1

$$f(x) = \int_0^x \frac{t-1}{t^2 - t + 1} dt$$

9. Determine pelo método do sistema linear um polinômio de grau 3 que interpole a função v(u) tabelada a seguir.

u	$u_1 = 0$	$u_2 = 1$	$u_3 = 2$	$u_4 = 3$
v	$v_1 = 0{,}8$	$v_2 = 1{,}4$	$v_3 = 3{,}2$	$v_4 = 6{,}8$

a) Escreva na forma matricial o sistema linear que determina os coeficientes do polinômio.
b) Faça a decomposição LU sem pivoteamento da matriz do sistema linear.
c) Encontre os coeficientes do polinômio pelo método de Doolittle.
d) Determine os coeficientes de outro polinômio no caso em que os valores de v(u) forem

v	$v_1 = 1$	$v_2 = 11$	$v_3 = 41$	$v_4 = 103$

10. Para os dados da tabela y(x) a seguir.
a) obtenha a interpolação y(0.5) por um polinômio de grau 3 pela forma de Lagrange.
b) obtenha a interpolação y(0.3) por um polinômio de grau 2 pela forma de Lagrange.
c) obtenha a interpolação y(0.5) por um polinômio de grau 3 pela forma de Newton
d) obtenha uma aproximação para y(0.5) pela reta de mínimos quadrados.

x	0,2	0,4	0,8	1,0
y	1,0	6,0	4,0	0,0

11. Obtenha uma aproximação para $I = \int_0^{0.70711} y(x)dx$ pela regra 1/3 de Simpson composta (use toda a tabela). **y(x)** é definido na tabela dada.

X	0.00000	0.11785	0.23570	0.35355	0.47140	0.58926	0.70711
y(x)	1.00000	0.98621	0.94596	0.88250	0.80074	0.70665	0.60653

12. Obtenha uma interpolação cúbica da função $y(x)$ pelo método das diferenças divididas no intervalo $0.7 \le x \le 1.5$ e a partir dela estime x tal que $y'(x) = 0$.

X	0.7	0.9	1.3	1.5
y(x)	0.86078	0.94474	0.99782	0.96483

13. Para obter uma solução aproximada da equação $\frac{\partial^2 u(x)}{\partial x^2} = f(x)$ sob as condições $u(0) = a$ e $u(0.6) = b$, definimos o passo $h = 0.1$ e aproximamos a primeira derivada de u por $\frac{\partial u(x)}{\partial x} \approx \frac{u(x+h) - u(x)}{h}$ e conseqüentemente sua segunda derivada por $\frac{\partial^2 u(x)}{\partial x^2} \approx \frac{u(x+h) - 2u(x) + u(x-h)}{h^2}$. Considere as variáveis u_1, u_2, u_3, u_4, u_5 definidas como aproximações da função u em pontos tal que $u_i \approx u(i \cdot h)$.

a) Construa um sistema linear na forma matricial para obter os valores das variáveis u_i.

b) Construa a solução iterativa na forma de algoritmo pelo método de Gauss-Seidel.