Primeiro Roteiro de Laboratório CCI-22 Turma 1 (1º período 2010)
Prof. Carlos Henrique Q. Forster

Prazo para relatório 30/03/2010

---

1. Implementar o seguinte algoritmo

```
Ler a
x ← 1
Repetir n vezes
        x <- (x + a/x)*1/2
        Escrever x
```

O que calcula esse algoritmo? (Teste com alguns valores de *a*).

Se inicializar com *x=-2* ao invés de *x = 1* qual será o resultado para *a= 9*?

Para *a= 9* quantas repetições são necessárias para obter o resultado com 4 dígitos corretos?

Qual uma condição de parada que seria melhor para não realizar cálculos desnecessários e nem insuficientes?

---

2. Escrever código para obter aproximação da exponencial de *x*

$$\exp taylor(x) = \sum_{i=0}^{n} \frac{x^i}{i!}$$

Plotar um gráfico do valor de exptaylor(10) em função de n=1 até 200 (ou até onde puder)

Plotar um gráfico do desvio em função de n.

Refazer o algoritmo da soma utilizando multiplicação incremental por $\frac{x}{i}$.

Interpretar os gráficos obtidos.

---

3. Escrever código para obter aproximação do logaritmo neperiano de *x*.

$$\ln(w+1) = w - \frac{w^2}{2} + \frac{w^3}{3} - \frac{w^4}{4} + \cdots$$

Por que é necessária a mudança de variável $w = x - 1$?

Plotar o gráfico do desvio em função de n (número de parcelas) para ln(1.5).

Qual a diferença para o gráfico do problema anterior?

Para quais valores de *x* é possível se obter uma boa aproximação?

4. Obter o epsilon da máquina

```
ep <- 1
Repetir
       epsilon<- ep
       ep<- 0.5 * ep
Até que (ep + 1) == 1
Escreve epsilon
```

Qual o seu significado?

Compare com o epsilon dado pelo Matlab.

---

5. Série de Taylor de matrizes

Dada uma matriz A, computar a seguinte série:

$$K = I - A$$

$$S = I + K + K^2 + K^3 + K^4 + \cdots$$

Qual o significado da matriz S dada a matriz A?

Quando essa série pode convergir? Observe os autovalores de K (eig(K)).

---

6. Número de condição da matriz de Hilbert

$$H_{ij}^{(n)} = \frac{1}{i + j - 1}$$

Plotar o número de condição (cond) de H em função de n (tamanho da matriz).

---

7. Resolva o sistema homogêneo

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Qual é o posto (rank) do sistema? Qual a dimensão do espaço nulo?

Obtenha os vetores que formam o espaço nulo do sistema (função null).

Verifique se os vetores obtidos são ortogonais.

Multiplique a matriz dos coeficientes pelos vetores do espaço nulo.

Resolva o sistema considerando (x_3=0 e x_4=1) e (x_3=1 x_4=0), obtendo uma base vetorial para o espaço nulo do sistema.

8. Ainda considerando o sistema

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Seja M a matriz dos coeficientes, implemente o seguinte algoritmo

```
k=[1; 1; 1; 1]
Repetir até k convergir (i.e. variar muito pouco)
        p=M*k;
        k=p/norm(p);
```

Qual o significado do vetor k obtido? Verifique M*k.

---

9. Plote no MATLAB os gráficos dos seguintes sistemas e diga se há ou não solução.

Plote utilizando estilos de linhas que permitam ver a sobreposição.
Obtenha o posto e o número de condição de cada sistema.

2x+3y=5
4x+6y=10

2x+3y=5
4x+6y=7

2x-3y=1
4x+6y=2

1.001x+y=1
x+y=1.002

Consideremos uma variação deste último sistema multiplicando ambos os lados por uma matriz de rotação $\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$, onde o ângulo é tal que a reta correspondente à segunda equação fique horizontal. Obtenha o ângulo utilizando a função atan(t). Construa o novo sistema e plote suas retas.

Qual é o determinante da matriz de rotação?