

# CES-11



## Algoritmos e Estruturas de Dados

**Carlos Alberto Alonso Sanches**  
**Juliana de Melo Bezerra**

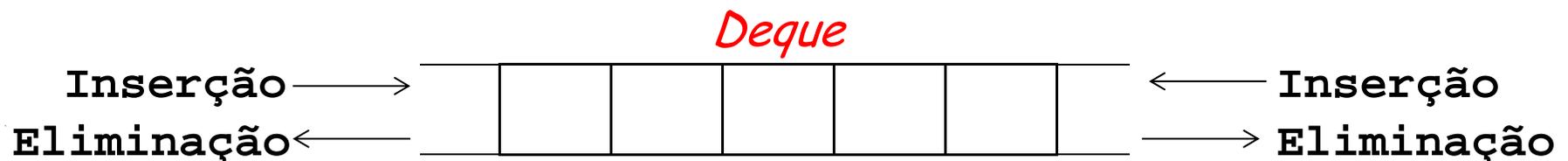
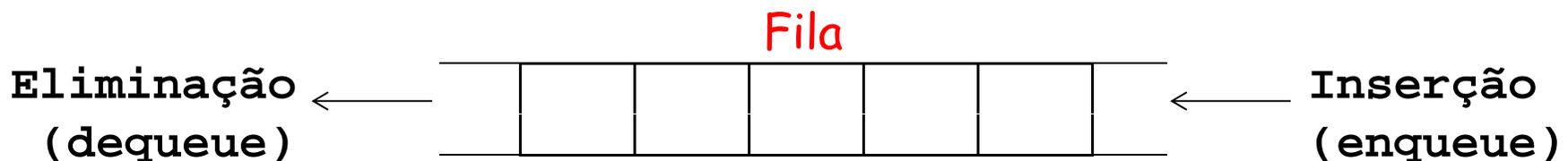
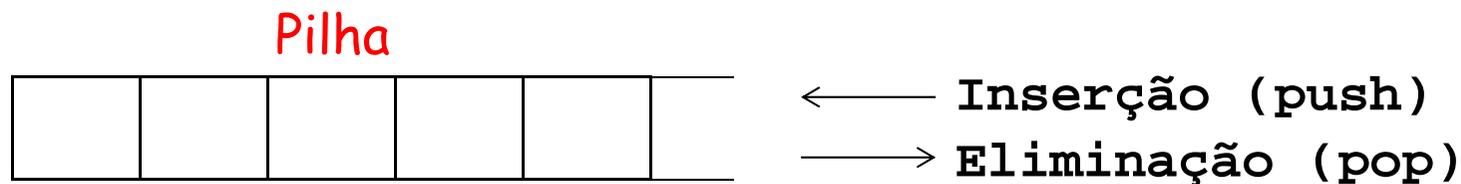
# CES-11



- Pilhas
- Filas
- *Deque*s

# Pilhas, filas e *deques*

- Vimos que as listas lineares admitem inserção e eliminação em qualquer posição.
- Pilhas, filas e *deques* (filas com duplo-fim) só admitem acessos nas suas extremidades:



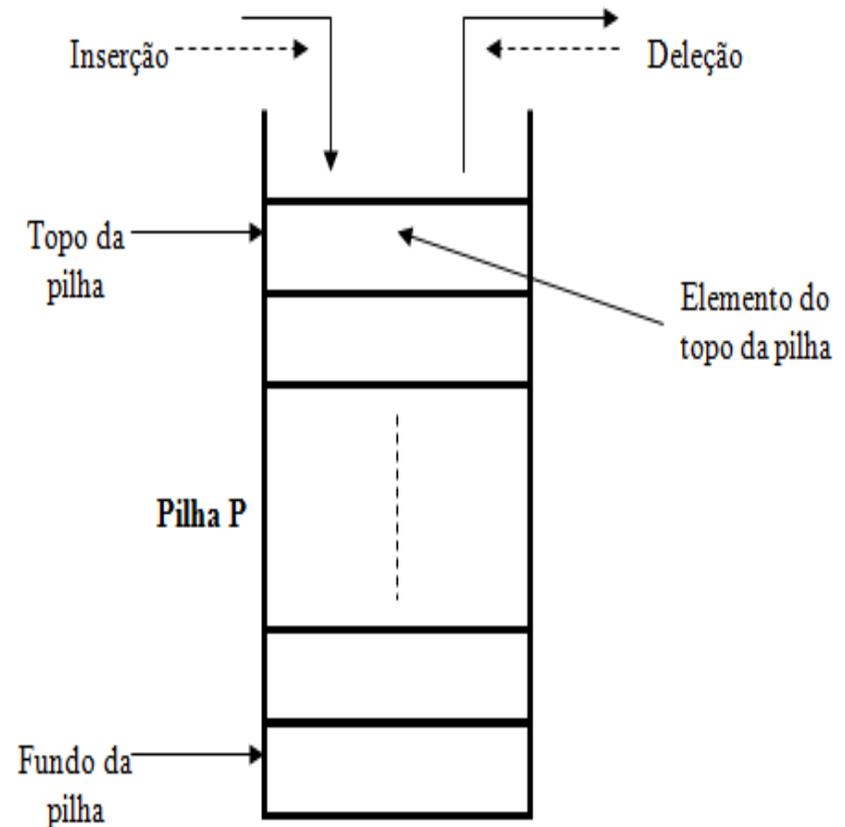
# CES-11



- **Pilhas**
- Filas
- *Deque*s

# Pilhas (*stacks*)

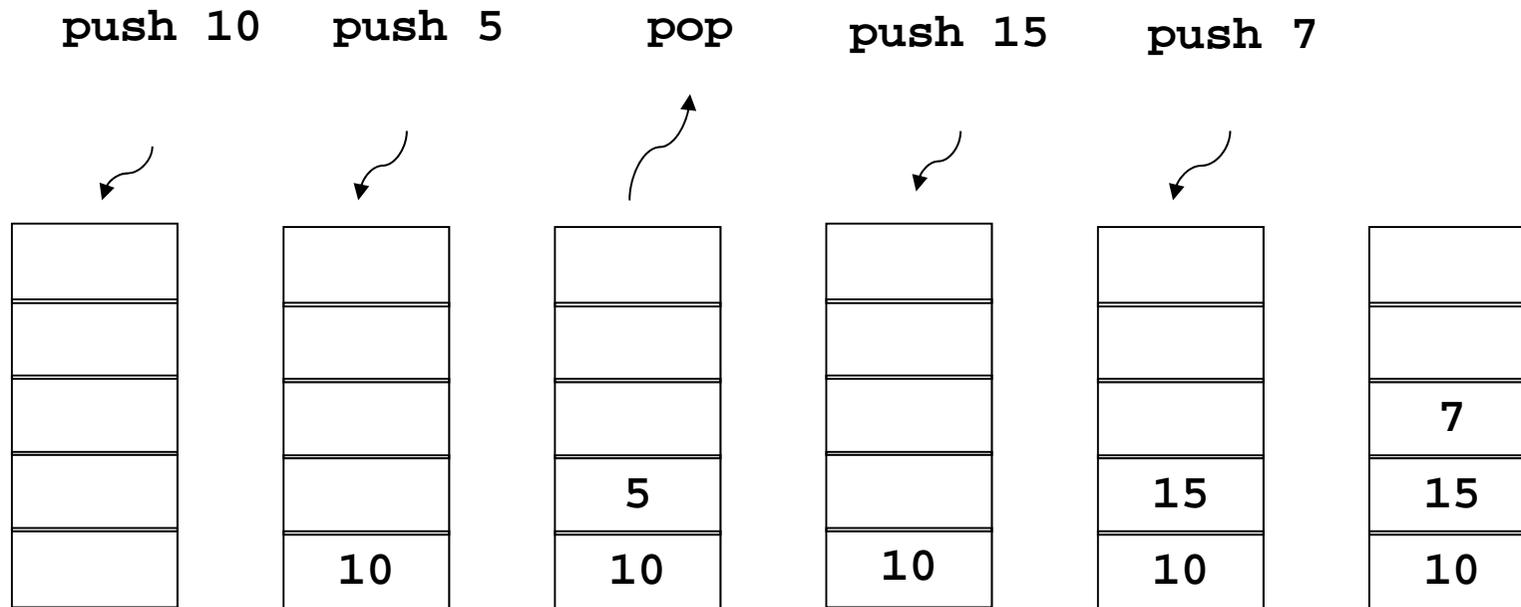
- *Pilha* é uma estrutura linear que permite acesso em somente uma extremidade.
- Por essa razão, a pilha é chamada de estrutura *LIFO* (*last in / first out*).



# Pilhas (*stacks*)

- Operações (no caso, pilha de inteiros):
  - void **inicPilha**(pilha \*P): inicializa a pilha
  - int **size**(pilha P): retorna o tamanho atual da pilha
  - bool **isEmpty**(pilha P): verifica se a pilha está vazia
  - int **top**(pilha P): retorna o topo sem desempilhá-lo
  - void **push**(pilha \*P, int x): insere x no topo
  - void **pop**(pilha \*P): retira o elemento topo

# Exemplos de operações com pilhas



# Uma aplicação típica

- Pilhas são utilizadas, por exemplo, para verificar o emparelhamento de delimitadores.

```

pilha P1; // suponha pilha de caracteres
inicPilha(&P1);
Leia o próximo caractere ch;
while não é fim de arquivo {
    if ch é '(', '[' ou '{'
        push(&P1,ch);
    else if ch é ')', ']' ou '}' {
        x = top(P1);
        pop(&P1);
        if ch e x não se casam
            Erro;
    }
    Leia o próximo caractere ch;
}
if isEmpty(P1)
    sucesso;
else Erro;
```

# Implementação com vetor

```
#define N 100
struct pilha{
    int S[N];
    int t;
}
```

```
void inicPilha(pilha *P){
    P->t = -1; }
```

```
int size(pilha P) {
    return P.t + 1;}
```

```
bool isEmpty(pilha P) {
    return (P.t < 0);}
```

```
int top(pilha P) {
    if (isEmpty(P)) return Erro;
    return P.S[P.t];}
```



```
void push(pilha *P, int x){
    if (size(*P) == N)
        printf("Erro");
    else {
        P->t++;
        P->S[P->t] = x;
    }
}
```

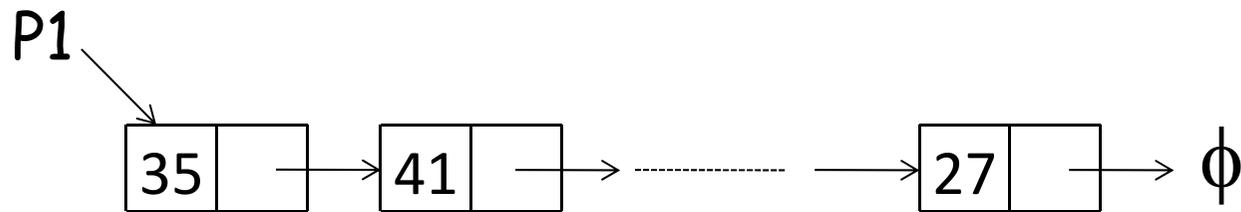
```
void pop(pilha *P) {
    if (isEmpty(*P))
        printf("Erro");
    else P->t--;
}
```

# Eficiência dessa implementação

- Na implementação com vetor, todas as operações anteriores podem ser executadas em tempo  $O(1)$ .
- Caso fosse necessário implementar uma operação de busca na pilha, a solução gastaria tempo proporcional ao tamanho dessa estrutura...

# Implementação com nós encadeados

- Os elementos da pilha podem estar conectados através de uma cadeia de nós
- Exemplo: pilha de inteiros

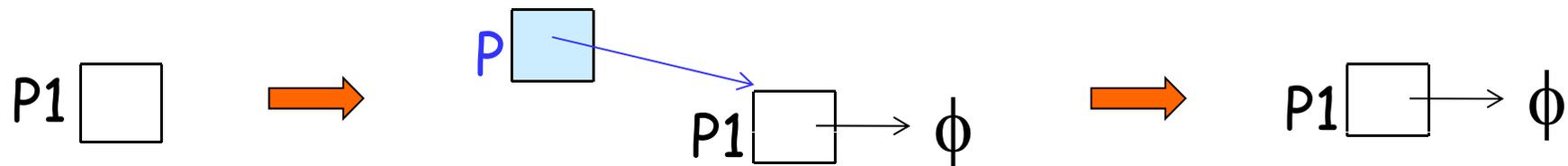


```
struct node {int elem; node *prox;};  
typedef node *pilha;  
pilha P1;
```

# Implementação com nós encadeados

- `inicPilha(&P1)`: inicializa a pilha P1

```
void inicPilha (pilha *P) {  
    *P = NULL;  
}
```

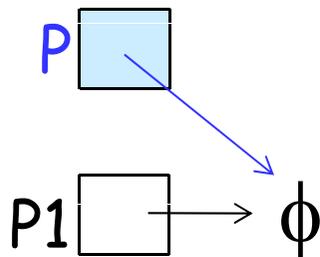


# Implementação com nós encadeados

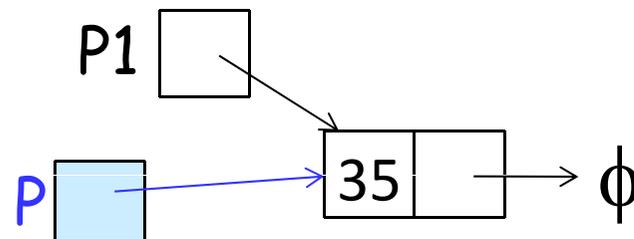
- `isEmpty(P1)`: verifica se a pilha P1 está vazia

```
bool isEmpty (pilha P) {  
    if (P == NULL) return true;  
    else return false;  
}
```

Pilha vazia



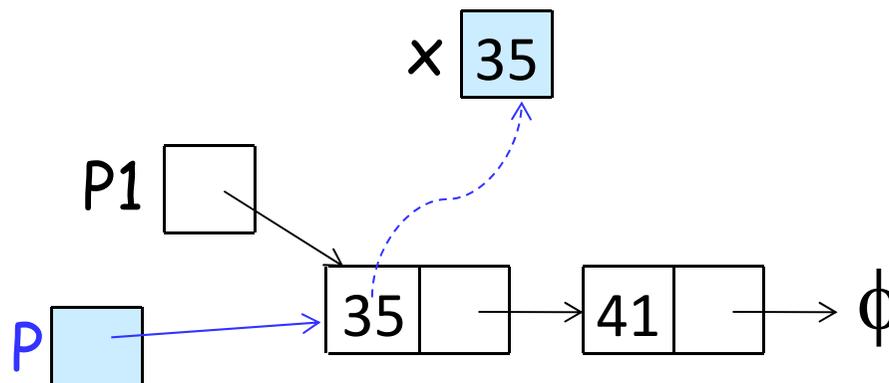
Pilha não vazia



# Implementação com nós encadeados

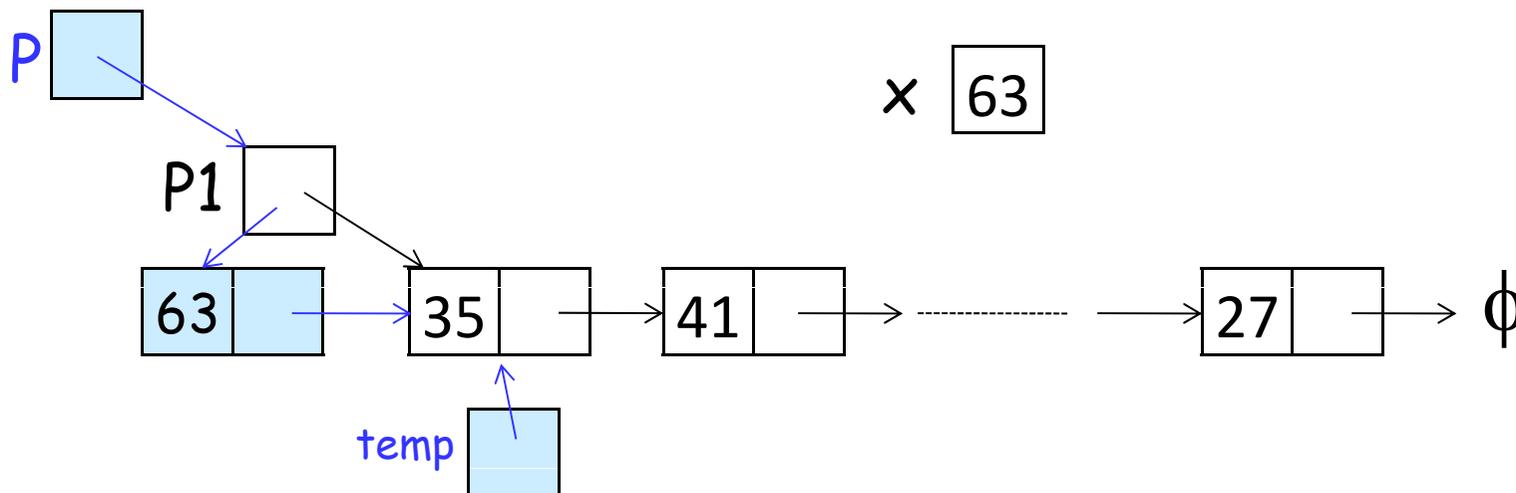
- $x = \text{top}(P1)$ :  $x$  recebe o topo da pilha  $P1$

```
int top (pilha P) {  
    if (!isEmpty (P))  
        return P->elem;  
    else  
        return Erro;  
}
```



# Implementação com nós encadeados

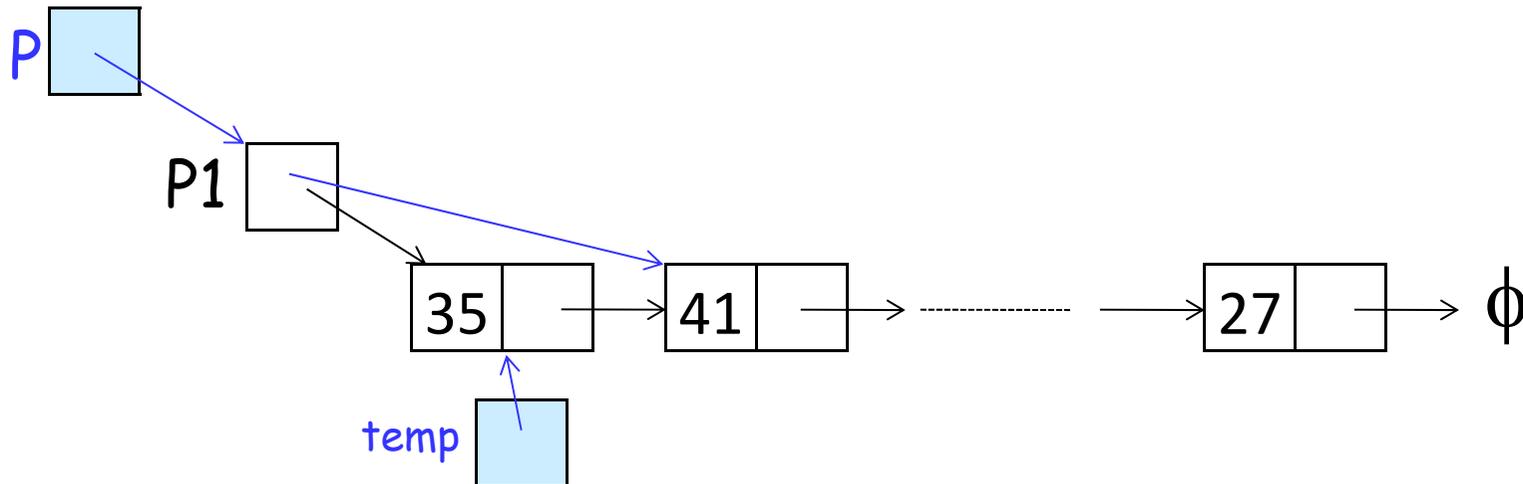
- `push(&P1, x)`: empilha o conteúdo de `x` na pilha `P1`



```
void push (pilha *P, int x) {  
    node *temp;  
    temp = *P;  
    *P = (node *) malloc (sizeof (node));  
    (*P)->elem = x;  
    (*P)->prox = temp;  
}
```

# Implementação com nós encadeados

- `pop(&P1)`: desempilha o topo da pilha P1



```
void pop (pilha *P) {  
    node *temp;  
    if (!isEmpty (*P)) {  
        temp = *P;  
        *P = (*P)->prox;  
        free (temp); }  
    else Erro ("Pilha vazia"); }  
}
```

# Eficiência dessa implementação

- Na implementação com nós encadeados, todas as operações anteriores podem ser executadas em tempo  $O(1)$ .
- Qual a vantagem em relação à implementação com vetor?
  - A memória é alocada gradativamente, apenas quando necessário.

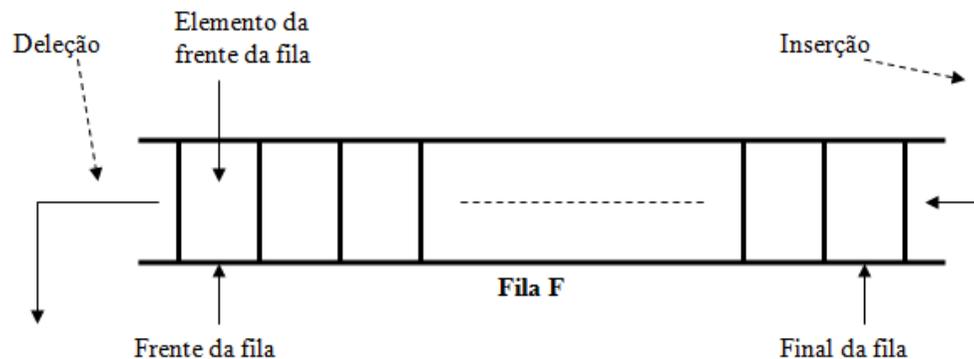
# CES-11



- Pilhas
- Filas
- *Deque*s

# Filas (*queues*)

- *Filas* são simples sequências de espera: crescem através do acréscimo de novos elementos no final e diminuem com a saída dos elementos da frente.
- Os elementos são acrescentados em uma extremidade e removidos da outra.
- Em relação à pilha, a principal diferença é que a fila é uma estrutura *FIFO* (*first in/first out*).

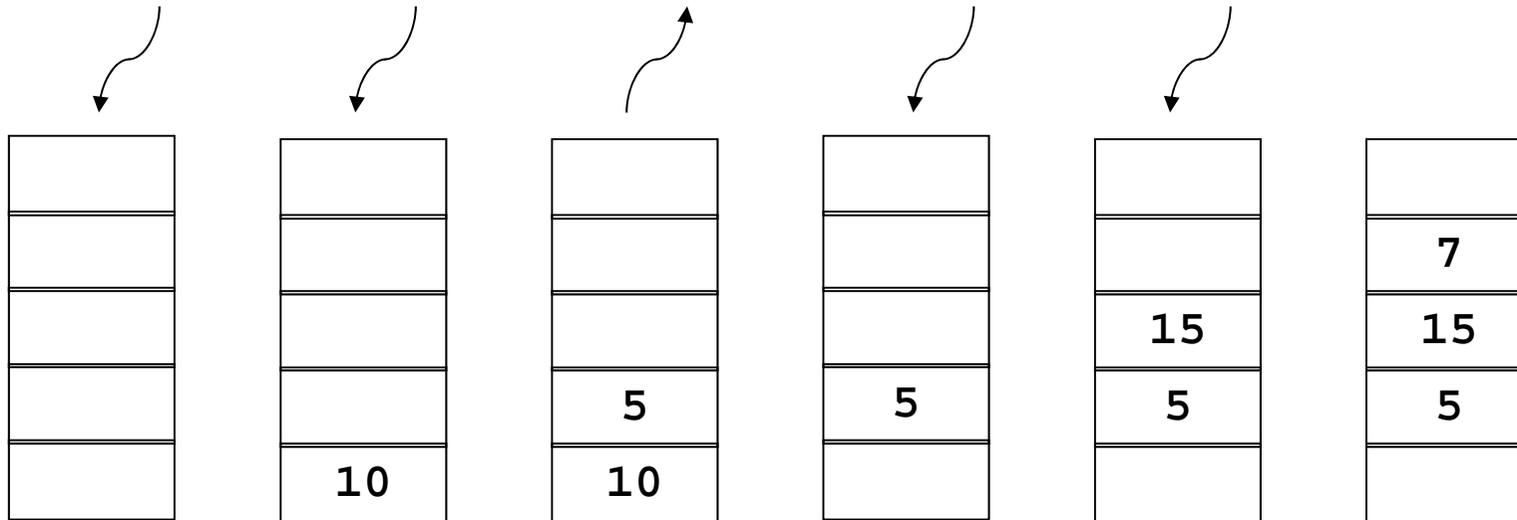


# Filas

- Operações (no caso, fila de inteiros):
  - void **inicFila**(fila \*F): inicializa fila
  - int **size**(fila F): retorna o tamanho atual da fila
  - bool **isEmpty**(fila F): verifica se a fila está vazia
  - int **first**(fila F): retorna o primeiro elemento da fila sem removê-lo
  - void **dequeue**(fila \*F): retira o primeiro elemento da fila
  - void **enqueue**(fila \*F, int x): coloca x no final da fila

# Exemplos de operações com filas

enqueue 10 enqueue 5 dequeue enqueue 15 enqueue 7



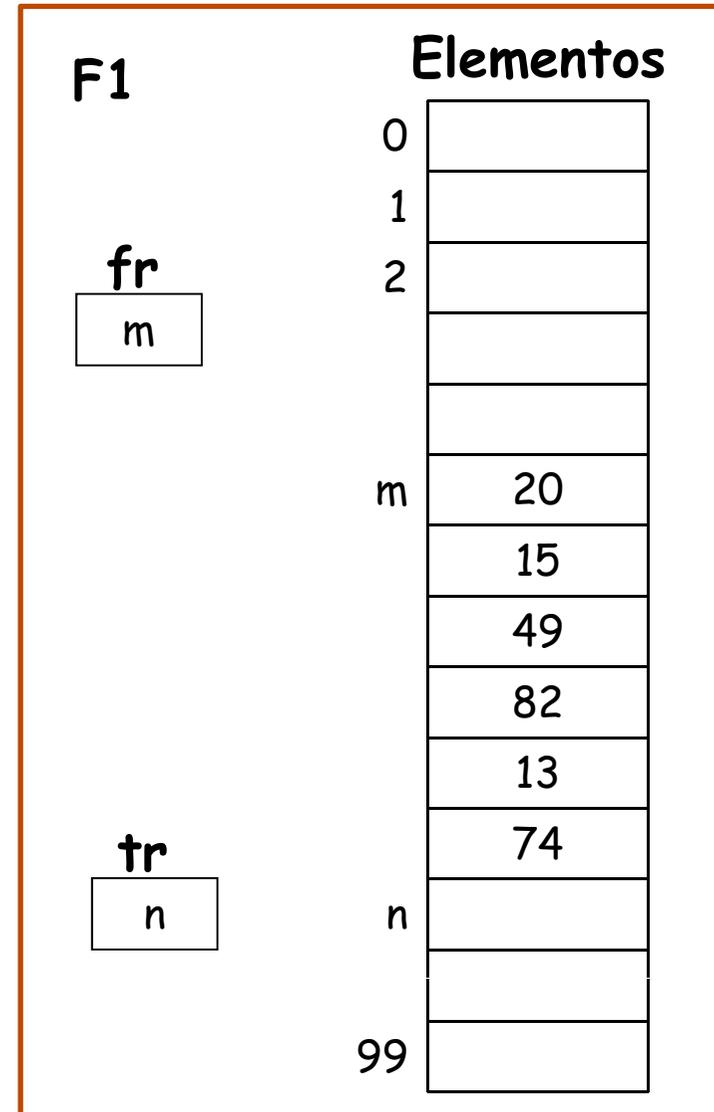
# Implementação com vetor circular

- O vetor é utilizado de maneira circular.

```
const int max = 100;  
typedef int vetor[max];  
struct fila {  
    vetor elementos;  
    int fr, tr;  
};  
fila F1, F2, F3;
```

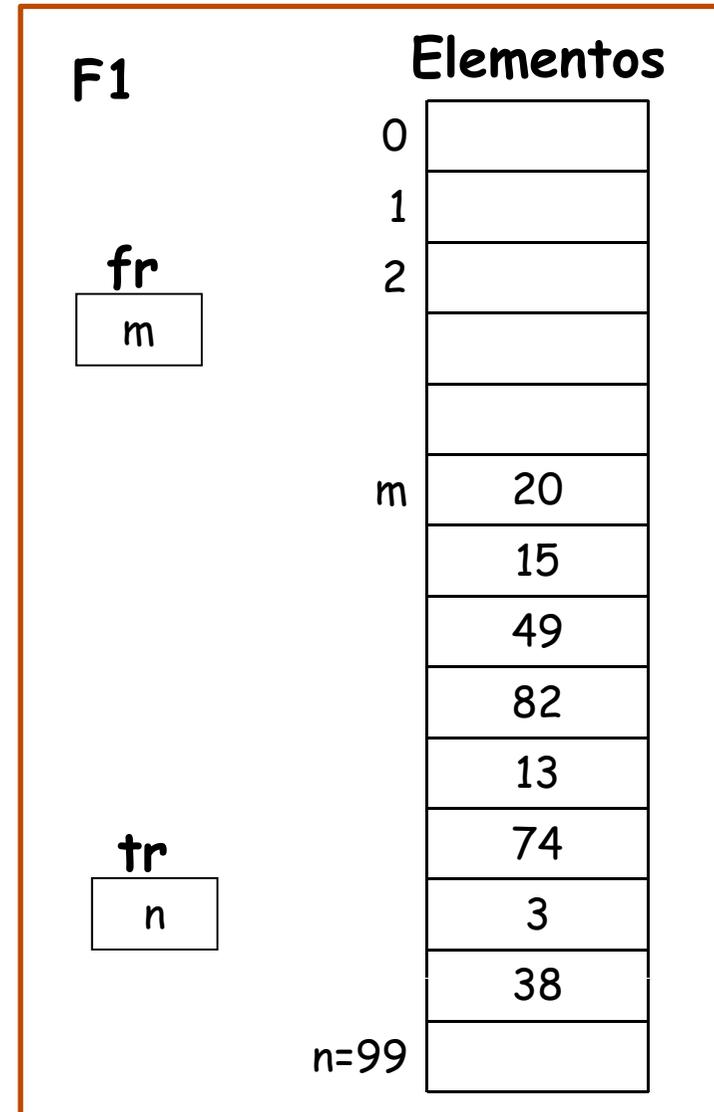
Próxima posição disponível

Posição do primeiro elemento



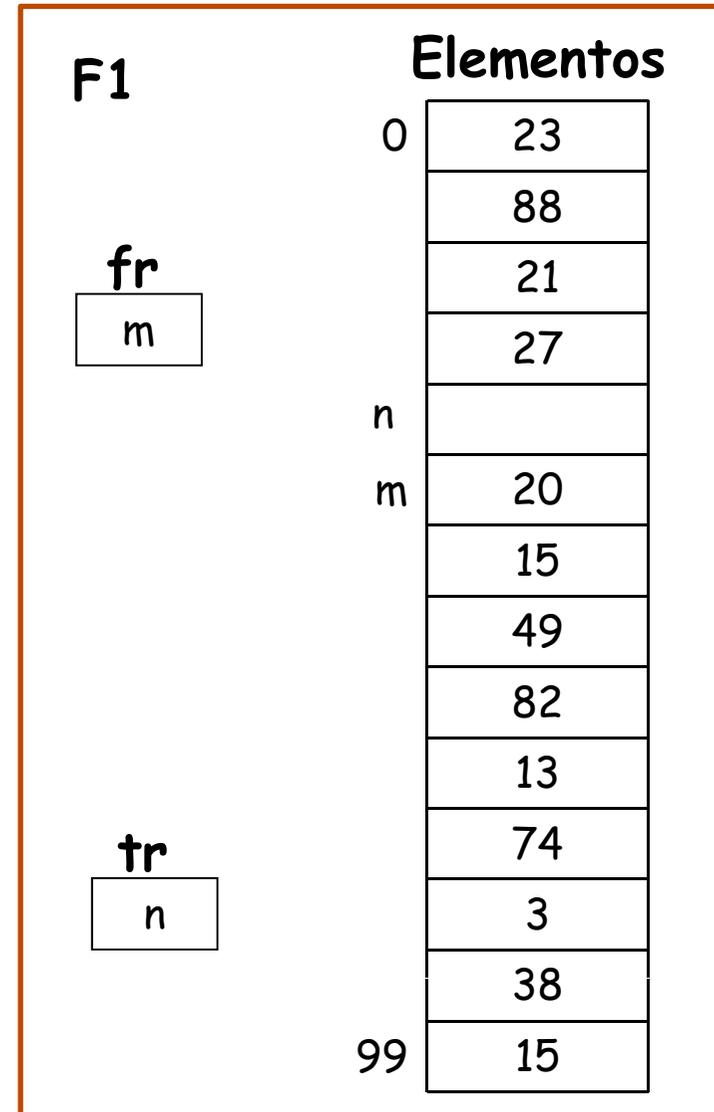
# Implementação com vetor circular

- É circular: quando  $tr=99$ , uma inserção levará  $tr$  para o índice 0 (zero).
- Desse modo, não haverá necessidade de deslocar todos os elementos para cima...



# Implementação com vetor circular

- Considere a situação ao lado.
- Supondo  $\text{max}=100$ , é possível admitir 100 elementos na fila?
  - Não: fila cheia seria confundida com fila vazia...
- Caso geral desta implementação: em uma fila com  $\text{max}$  posições, podemos ter no máximo  $\text{max}-1$  elementos.

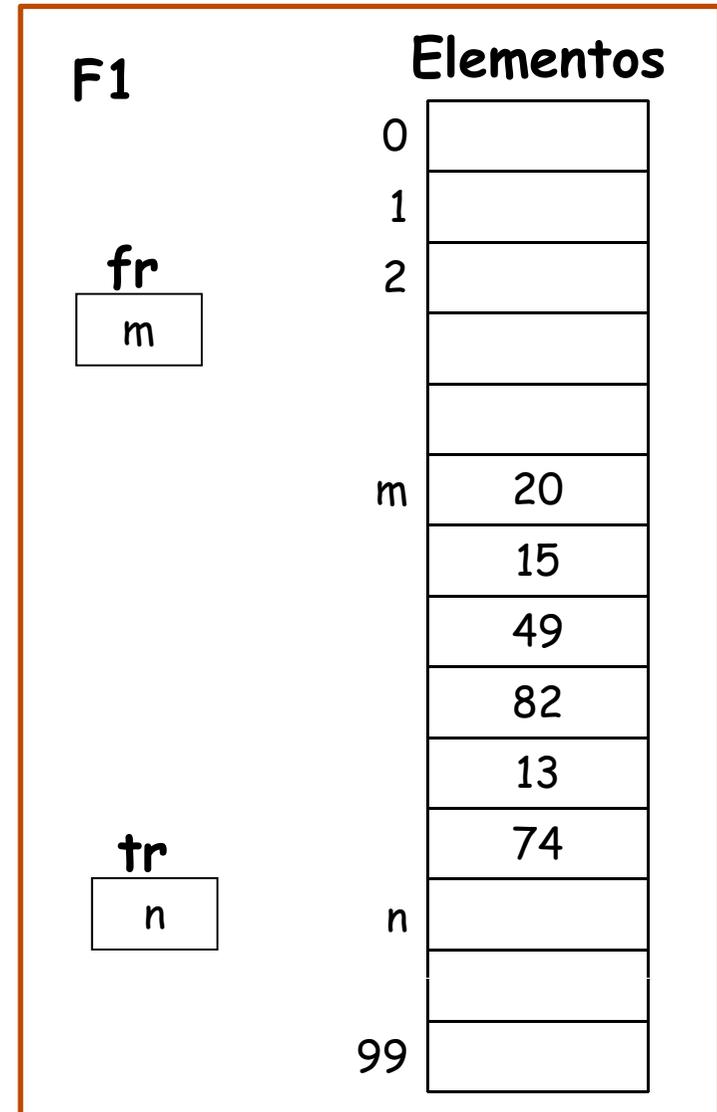


# Implementação com vetor circular

```
void inicFila (fila *F) {  
    F->fr = 0;  
    F->tr = 0;  
}
```

Função auxiliar: próximo índice de um vetor circular

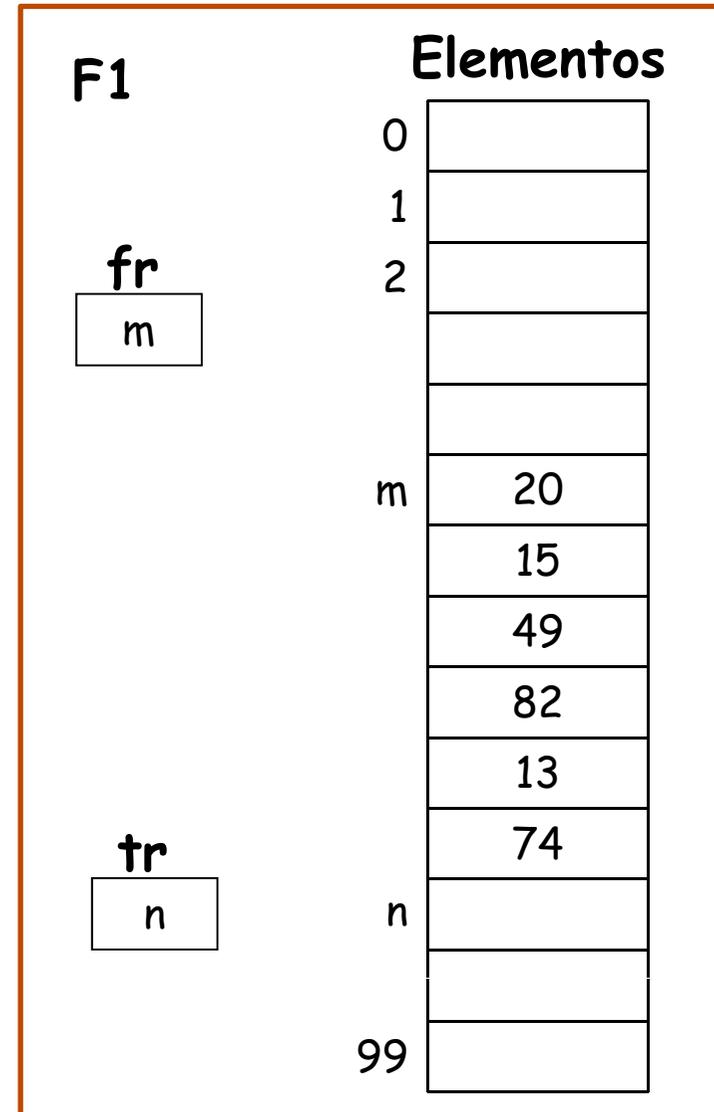
```
int prox (int i) {  
    return (i+1) % max;  
}
```



# Implementação com vetor circular

```
bool isEmpty (fila F) {
    if (F.tr == F.fr)
        return true;
    return false;
}

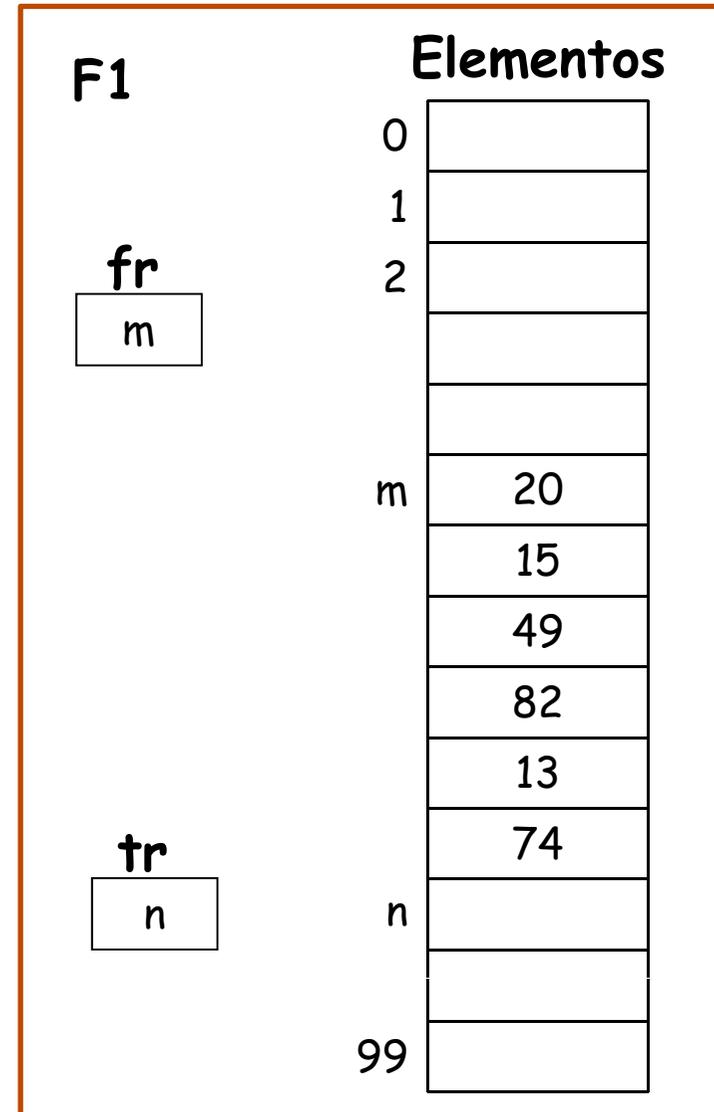
int first (fila F) {
    if (isEmpty(F))
        Erro ("Fila vazia");
    else
        return F.elementos[F.fr];
}
```



# Implementação com vetor circular

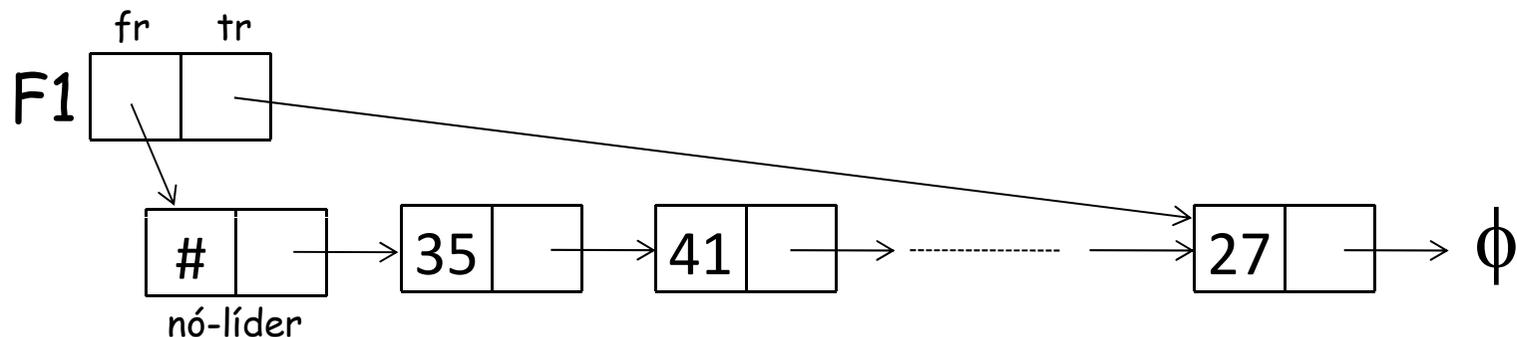
```
void enqueue (fila *F, int x)
{
    if (prox(F->tr) == F->fr)
        Erro ("Fila cheia");
    else {
        F->elementos[F->tr] = x;
        F->tr = prox(F->tr);
    }
}
```

```
void dequeue (fila *F)
    if (isEmpty (F))
        Erro ("Fila vazia");
    else
        F->fr = prox(F->fr);
}
```



# Implementação com nós encadeados

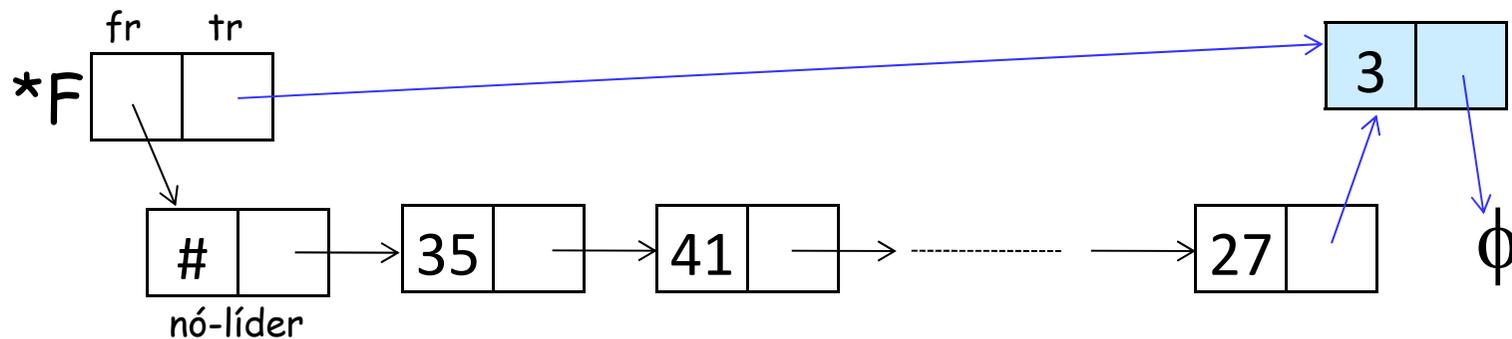
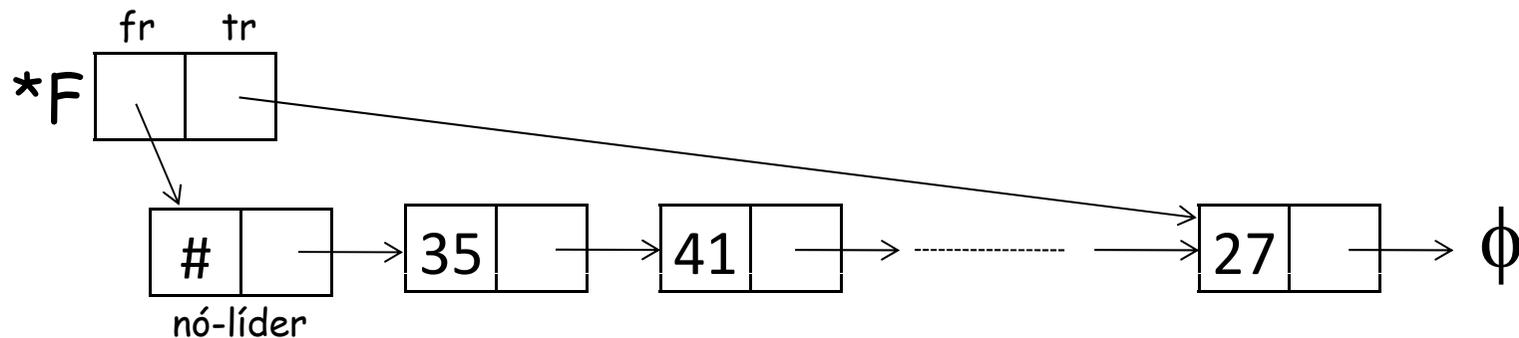
- Os elementos da fila podem estar conectados através de uma cadeia de nós.
- O uso de um nó-líder facilita a codificação.
- Exemplo:



```
struct node {int elem; node *prox;};  
struct fila {node *fr, *tr;};  
fila F1;
```

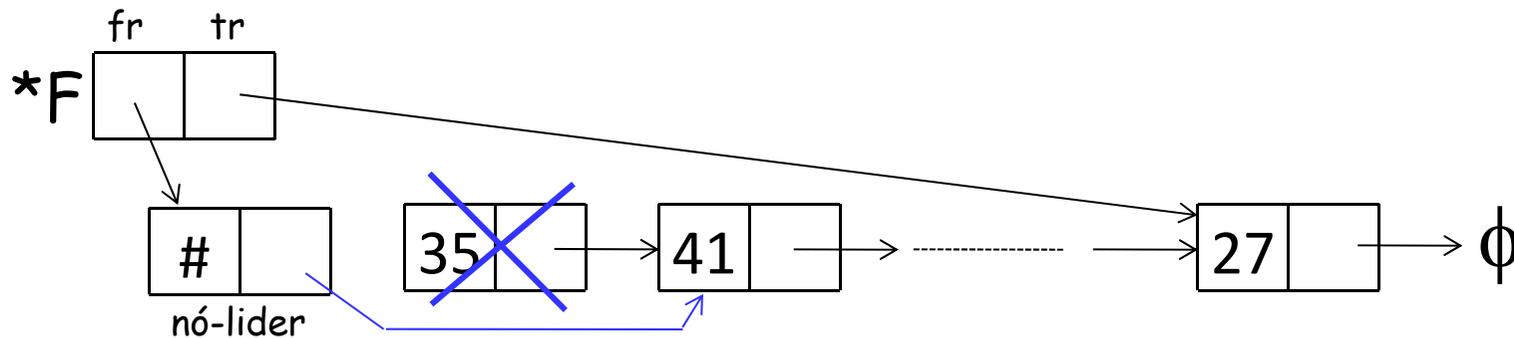
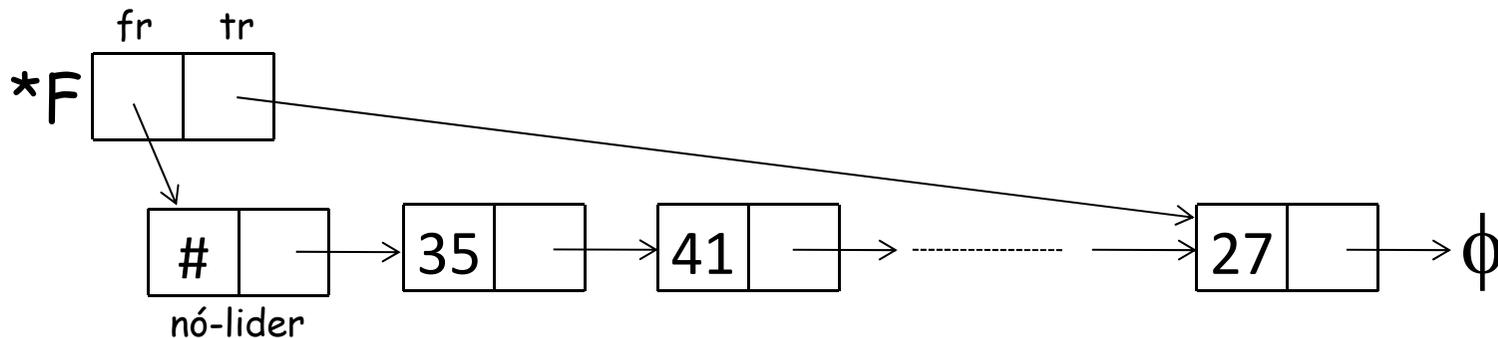
# Implementação com nós encadeados

- void enqueue(fila \*F, int x):
  - Inserir um nó com valor x após o último elemento
  - Atualizar o ponteiro F->tr



# Implementação com nós encadeados

- void dequeue(fila \*F):
  - Apagar o primeiro nó da cadeia
  - Se não houver mais nós, F->tr deverá apontar para o nó-líder



# Implementação com nós encadeados

- Primeiro elemento da fila F

- `int first(fila F);`
  - `F.fr->prox->elem`

- Verificação de fila F vazia

- `bool isEmpty(fila F);`
  - `F.fr == F.tr OU`
  - `F.fr->prox == NULL`

- Esvaziamento da fila F

- `void esvaziar(fila *F);`
  - Liberar os nós de F, exceto o líder
  - `F->fr->prox = NULL;`
  - `F->tr = F->fr`

# CES-11



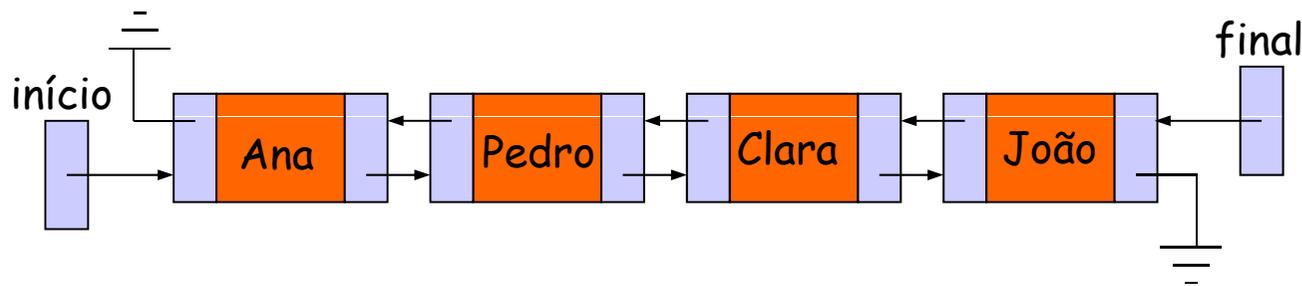
- Pilhas
- Filas
- *Deque*

# Deque (filas com duplo-fim)

- Filas com duplo-fim (*doubled-ended queue*) permitem inserção e remoção, em tempo constante, tanto no início como no fim.
- Uma *deque* pode simular tanto as operações de uma pilha como as de uma fila.
- Operações (no caso, *deque* de inteiros):
  - `void inicDeque(deque *D)`: inicializa o deque
  - `void insertFirst(deque *D, int x)`: insere x no início
  - `void insertLast(deque *D, int x)`: insere x no final
  - `void removeFirst(deque *D)`: remove o primeiro elemento
  - `void removeLast(deque *D)`: remove o último elemento
  - `int first(deque D)`: retorna o primeiro elemento
  - `int last(deque D)`: retorna o último elemento
  - `int size(deque D)`: retorna o tamanho atual
  - `bool isEmpty(deque D)`: verifica se está vazia

# Implementação com encadeamento duplo

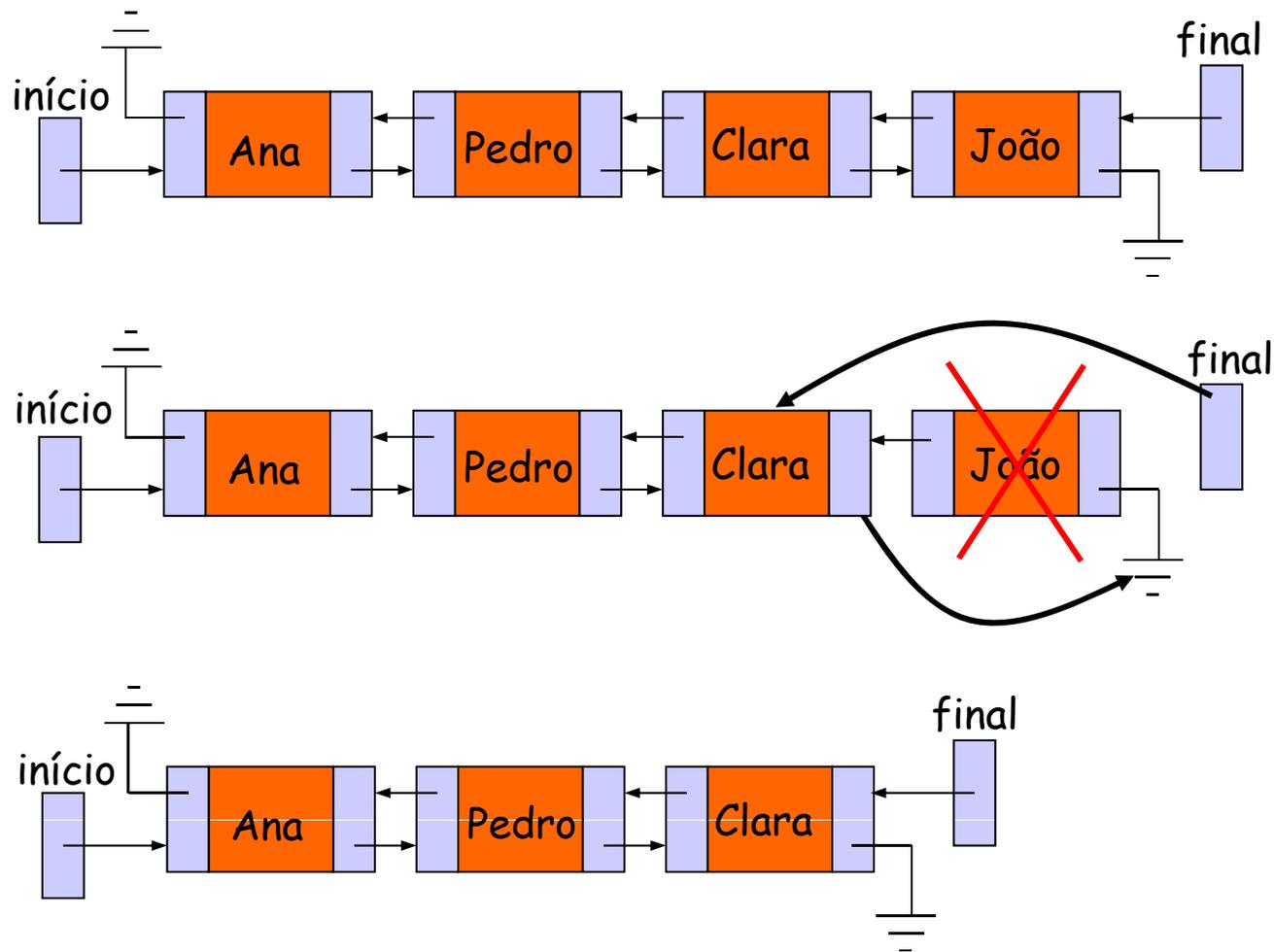
- Podemos implementar uma *deque* através de uma lista duplamente ligada.
- Exemplo de uma *deque* de *strings*:



- Cada nó tem dois ponteiros: para o próximo e para o anterior.
- Para cada *deque*, é preciso guardar ponteiros para o seu início e o seu final.

# Implementação com encadeamento duplo

- Remoção do último elemento:



# Implementação com vetor



- Seria possível implementar uma *deque* através de um vetor?
- Quais as vantagens e as desvantagens em relação à implementação com listas duplamente ligadas?