***CCI-22***

# LISTA DE EXERCÍCIOS

**Capítulos 1 e 2:**

1) Considere *floats* com 4 dígitos decimais de mantissa e expoentes inteiros entre -5 e 5. Sejam $X = 0{,}7237.10^4$, $Y = 0{,}2145.10^{-3}$, $Z = 0{,}2585.10^1$. Utilizando um acumulador de precisão dupla com arredondamento para o *float* mais próximo, calcule:

a) X + Y + Z

b) X.(Y/Z)

2) Nos itens abaixo, considere o sistema de numeração F(10, 4, -5, 5), com arredondamento para o *float* mais próximo.

a) Quais os valores de $N_{mín}$ e $N_{máx}$?

b) Calcule Ox para x = 73,758.

c) Se a = 42450 e b = 3, quanto será a + b?

d) Calcule S = 42450 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3.

e) Calcule S = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 42450.

f) Sejam w = 100, z = 3500 e t = 7. Calcule wz/t de duas maneiras: (wz)/t e w(z/t).

3) Em um sistema de numeração, se $e_1 = -2$, $e_2 = 5$ e n = 2, é possível que #F = 37?

**Capítulo 3:**

4) Resolva os sistemas lineares abaixo através de eliminação de Gauss sem pivoteamento:

a)

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & -3 & -2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 7 \\ 1 \\ 4 \\ 12 \end{vmatrix}$$

b)

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & 1 & 1 \\ -6 & -2 & 4 & -3 \\ -3 & -6 & -3 & -1 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 3 \\ -14 \\ 2 \end{vmatrix}$$

c)

$$\begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 6 & -18 & 4 \\ -1 & 3 & -1 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{vmatrix}$$

5) Encontre a decomposição LU da matriz abaixo:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

6) Encontre a inversa da matriz abaixo, através de Gauss-Jordan e decomposição LU:

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

7) Resolva o sistema linear abaixo através de decomposição LU sem pivoteamento:

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \\ -4 & 1 & 0 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 \\ 17 \\ -2 \end{vmatrix}$$

8) Resolva o sistema linear abaixo através de decomposição LU com pivoteamento parcial:

$$\begin{vmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & -4 & 1 \\ 5 & 0 & 5 & -10 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 \\ 8 \\ -7 \\ -40 \end{vmatrix}$$

9) Resolva os sistemas lineares abaixo através do método de Gauss-Seidel (as respostas deverão ter precisão de 4 dígitos), com erro relativo menor que $\varepsilon = 0,05$.

a)

$$\begin{vmatrix} 10 & 1 & 1 \\ 1 & 10 & 1 \\ 1 & 1 & 10 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 12 \\ 12 \\ 12 \end{vmatrix}$$

b)

$$\begin{vmatrix} 4 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 4 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

c)

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & 2 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{vmatrix}$$

d)

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 \\ 6 \end{vmatrix}$$

**Capítulo 4:**

10) Isole as raízes da equação $f(x) = (x+1)^2.e^{x.x - 2} - 1 = 0$.

11) Dada a equação $f(x) = \ln x / x^3$, $x > 0$, $|f(x_i)| < \varepsilon$ seria um bom critério de parada no cálculo da sua raiz através de um método iterativo?

12) Isole as raízes reais do polinômio $x^4 - 3x^3 + 3{,}37x^2 - 1{,}68x + 0{,}3136$.

13) Utilizando o método do ponto fixo, é possível calcular $b^{1/2}$ através de $g(x) = b/x$ ?

14) Através do método do ponto fixo, utilize $g(x) = 1/x + 1/x^2$ e $x_0 = 1$ para encontrar uma raiz de $f(x) = x^3 - x - 1$.

15) A função $f(x) = e^x - 4x^2$ tem uma raiz no intervalo (0,1). A partir de $x_0 = 0{,}5$, encontre essa raiz com erro absoluto $\varepsilon < 10^{-4}$:

a) através do método do ponto fixo com $g(x) = e^{x/2}/2$;

b) através do método de Newton-Raphson.

16) Calcule o valor de $\pi$ através do método de Newton-Raphson, a partir de $x_0 = 3$, utilizando as funções abaixo:

a) $\text{sen } x = 0$

b) $\cos x = -1$

17) Suponha que você tenha uma calculadora que realiza somente as operações de adição, subtração e multiplicação. Dados dois valores a e b, desenvolva, através do método de Newton-Raphson, um procedimento que calcule o valor de b/a nessa calculadora. Verifique seu método calculando o valor de 3/13.

18) Encontre as raízes do sistema não linear abaixo, partindo de $X^{(0)} = [1{,}5 \;\; 2]^T$:

$x^2 + y^2 - 2 = 0$

$e^{x-1} + y^3 - 2 = 0$

**<u>Capítulo 5:</u>**

19) Em que condições o polinômio interpolador dos pontos abaixo teria grau 2?

| x | -1 | 0 | 1 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| f(x) | a | b | c | d |

20) A equação $f(x) = x - e^{-x}$ tem uma raiz no intervalo (0,1). Utilize interpolação quadrática para encontrar essa raiz, sabendo que $f(0) = -1$, $f(0{,}5) = -0{,}1065$ e $f(1) = 0{,}6321$.

21) Dadas as tabelas abaixo e utilizando polinômios interpoladores quadráticos, calcule x tal que f(g(x)) = 0,6:

| w | 0,1 | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | 0,9 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| f(w) | 0,905 | 0,819 | 0,67 | 0,549 | 0,449 | 0,407 |

| x | 1 | 1,2 | 1,4 | 1,7 | 1,8 |
|---|---|---|---|---|---|
| g(x) | 0,210 | 0,320 | 0,480 | 0,560 | 0,780 |

22) Suponha que esteja disponível uma tabela para a função cos x entre os pontos 1 e 2, com n intervalos iguais. Qual seria o menor valor de n para que, através de interpolação linear entre valores dessa tabela, se possa obter cos x com erro absoluto menor que $10^{-6}$, onde $x \in [1, 2]$?

23) Com que grau de precisão podemos calcular $125^{1/2}$ usando interpolação nos pontos $x_0$ = 100, $x_1$ = 121 e $x_2$ = 144?

24) Considere os dados abaixo:

| x | 1 | 2 | 3 | 5 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | 3 | 6 | 19 | 99 | 291 | 444 |

a) Qual o grau do melhor polinômio interpolador para esses pontos?
b) Calcule valores de f(4) utilizando polinômios interpoladores de grau 1, 2 e 3.
c) Calcule f(4) utilizando *splines* cúbicas nesses pontos.

**Capítulo 6:**

25) Ajuste os dados abaixo pelo método dos mínimos quadrados, utilizando uma reta e uma parábola. Qual desses ajustes é o melhor?

| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | 0,5 | 0,6 | 0,9 | 0,8 | 1,2 | 1,5 | 1,7 | 2,0 |

26) Em uma determinada cultura, o número de bactérias cresce segundo a tabela abaixo:

| nº de horas x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| nº de bactérias / volume unitário | 32 | 47 | 65 | 92 | 132 | 190 | 275 |

a) Ajuste esses dados às curvas $y = a.b^x$ e $y = a.x^b$. Qual delas se adapta melhor aos dados?
b) Estime da melhor forma possível o número de bactérias após 7 horas.

27) Com o método do mínimos quadrados, ajuste os dados abaixo a uma função trigonométrica.

| x | $\pi/4$ | $\pi/2$ | $3\pi/4$ | $\pi$ | $5\pi/4$ | $3\pi/2$ | $7\pi/4$ | $2\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | 126 | 159 | 191 | 178 | 183 | 179 | 176 | 149 |

## Capítulo 7:

28) Seja $$I = \int_0^1 e^x dx$$

a) Calcular uma aproximação para I usando Simpson 1/3 com m=10 intervalos.
b) Para que valor de m teríamos um erro inferior a $10^{-3}$?

29) Seja $$I = \int_0^{\pi/2} \cos x.dx$$

Determine o passo h em [0, π/2] para que I possa ser calculada através de Simpson 1/3 com precisão de 3 casas decimais.

30) Dada a tabela abaixo, como aplicar a regra composta de Simpson 1/3 para calcular a integral de f(x) no intervalo [0, 1]?

| x | 0,0 | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | 1,0 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | 1,0 | 1,2408 | 1,5735 | 2,0333 | 2,6965 | 3,7183 |

31) Calcule a integral dupla abaixo, utilizando as regras simples de Simpson 1/3 em x e Simpson 3/8 em y.

$$\int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/4} \operatorname{sen}(x+y) dy dx$$

## Capítulo 8:

32) Seja o PVI y' = 4 - 2x, com y(0) = 2. Variando o passo h, encontre y(1) através dos métodos de Euler e de Euler aperfeiçoado.

33) Seja o PVI y' = cos x + 1, com y(0) = -1. Variando o passo h, encontre y(2) através dos métodos de Euler, de Euler aperfeiçoado e de Runge-Kutta de 4ª ordem.

34) Seja o PVI y' = -x/y, com y(0) = 20. Utilizando h=2, encontre y(16) através par previsor-corretor de 4ª ordem (basta apenas uma iteração do corretor).
*Importante*: obtenha os pontos iniciais necessários através do método de Heun.

35) Considere o sistema dy/dx = -0,5y e dz/dx = 4 - 0,3z - 0,1y, onde y(0) = 4 e z(0) = 6. Calcule y e z de x=0 até x=2 com h=0,5 através dos métodos de Euler e de Runge-Kutta de 4ª ordem.

36) Seja o PVI de 3ª ordem $y''' - x^2y'' + (y')^2y = 0$, onde y(0) = 1, y'(0) = 2 e y''(0) = 3. Com o método de Runge-Kutta de 3ª ordem, resolva-o no intervalo de x=0 até x=0,2 considerando h=0,1.

37) Seja uma haste uniforme não isolada de comprimento L entre dois corpos C e D de temperaturas constantes $T_C$ e $T_D$, respectivamente. Supondo que a temperatura ambiente seja $T_A$ e a haste tenha coeficiente K de transferência de calor, a temperatura T na posição x da haste, onde $0 \le x \le L$, pode ser descrita pela equação diferencial de segunda ordem $d^2T/dx^2 + K(T_A - T) = 0$, onde $T(0) = T_C$ e $T(L) = T_D$.

Considere o seguinte caso particular: L=10m, $T_A$ = 20ºC, $T_C$ = 40ºC, $T_D$ = 200ºC, K = 0,01. Calcule as temperaturas da haste a cada 2m, ou seja, em 4 posições equidistantes.