

# Inteligência Artificial

Introdução a Lógica  
Nebulosa (Fuzzy)

# O que é Lógica Nebulosa?

---

- A lógica nebulosa propõe uma formalização que permite que um evento seja definido de forma vaga – um grau de verdade.
  - Um evento pode ser “uma certa verdade” .
  - É uma forma de especificar quão bem um objeto satisfaz uma descrição vaga.
- **Lógica Nebulosa e Conjuntos nebulosos** permitem a representação de tal “vagueza”

## Refefências:

Mamdani, E. H. (1974) Application of fuzzy algorithm for control of simple dynamic plant. Proc. IEEE Control Science 121(12), 1585-1588.

Russel, S. e Norvig, P. (1995) Artificial Intelligence: a modern approach. Prentice-Hall.

Zadeh, L. A. (1965) Fuzzy sets. *Information and Control* 8, 28-44.

# Teoria da Probabilidade

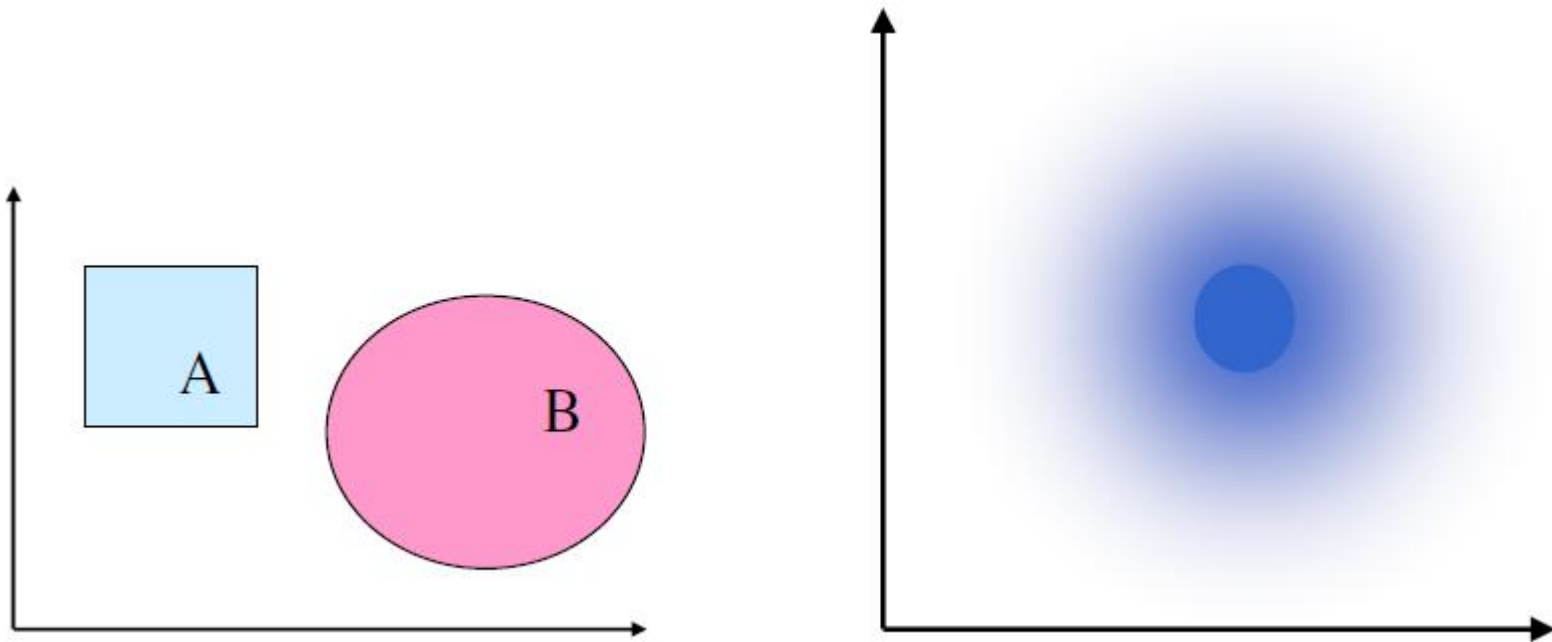
## × Lógica Nebulosa

---

- Probabilidade Grau de crença (*belief*)
  - Ex. : 80% de crença de que A é verdade em cada 10 casos, A é verdade 8 vezes e falso 2 vezes
  - Fatos (A) são verdadeiros ou falsos.
- Lógica nebulosa Grau de verdade (*truth*)
- Ex. : “João é alto.” Isso é verdade ou falso, sabendo que João mede 1,75m de altura?
- Não há incerteza no mundo exterior (sabe-se a altura de João), há incerteza no significado lingüístico de “alto” .

# Conjuntos Clássicos e Conjuntos Nebulosos

---



# Conjuntos clássicos e Conjuntos Nebulosos

---

- **Conjunto Clássico:** é definido por um *predicado da lógica* clássica que caracteriza os elementos que pertencem ao conjunto.
  - Função característica  $\mu: U \rightarrow \{0, 1\}$
  - $U$ : Universo de discurso
  - $\mu$ : associa a cada elemento  $a \in U$ , um valor binário (1 se  $a$  pertence ao conjunto  $C$ , 0 se  $a$  não pertence a  $C$  - define um conjunto)
- **Conjunto nebuloso:** extensão para tratar graus de pertinência intermediários.
  - Função de pertinência  $\mu: U \rightarrow [0, 1]$
  - $\mu$ : associa a cada elemento  $a \in U$ , um valor do intervalo real fechado  $[0, 1]$ , com 1 se  $a \in C$ , 0 se  $a$  não pertence a  $C$  e outros valores para pertinências intermediárias.

# Conjunto Nebuloso: pertinência parcial...

---

- Existe no mundo situações onde os limites entre conjuntos não são claramente definidos:
  - Não são **crisp** (nítidos)
  - São **fuzzy** (nebulosos)
- Ex: **crisp**: estado de um FF, sinal de trânsito, etc;
  - **fuzzy**: velho x novo, quente x frio, etc.
- Lógica Nebulosa (ou Teoria de Conjuntos Nebulosos) é uma tentativa de tratar conceitos vagos, não desconhecimento sobre valores (isto é, incerteza)!
- Vago é diferente de incerto!

# Representação Nebulosa do Conhecimento

---

- Envolve os conceitos de variável lingüística e Regras Nebulosas:
- Variável lingüística
  - Termos primários
  - Universo de discurso
- Conjunto de Regras Nebulosas
  - Operações Lógicas e
  - Base de Conhecimento

# Representação Nebulosa do Conhecimento

---

- Variável lingüística
  - Representa um conceito ou variável de um problema
  - Seus **termos primários podem ser** representados por conjuntos nebulosos
- Termos primários formam a partição nebulosa da variável



# Exemplo de variável lingüística

---

Partição Nebulosa para "IDADE":

**Variável lingüística:**

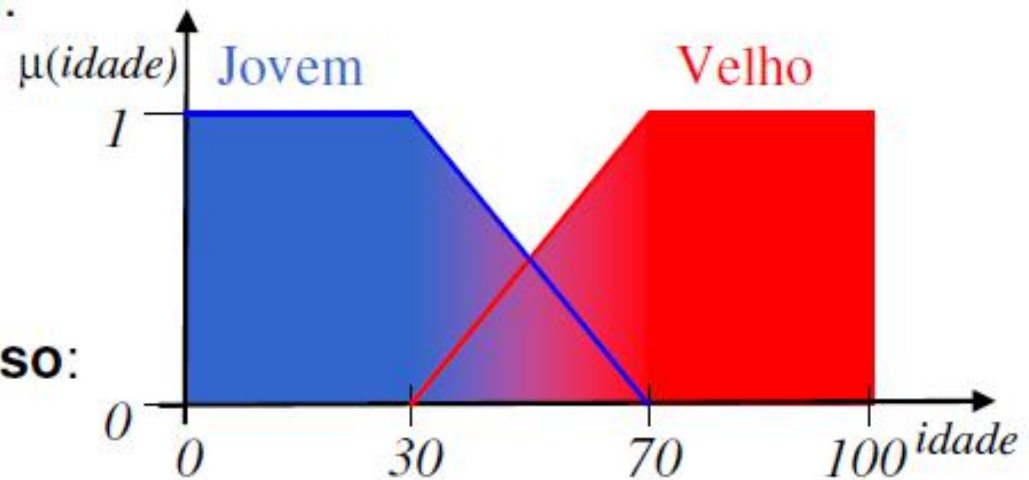
- Idade

**Termos primários:**

- Jovem
- Velho

**Universo de discurso:**

- 0 – 100 anos



# Representação Nebulosa do Conhecimento

---

- Base de Conhecimento
- *BC: regras de produção*
- - **Se <antecedente> então <conseqüente>**
  - *Antecedente: conjunto de condições*
  - *Conseqüente: ações*
- Os conseqüentes das regras disparadas são processados em conjunto para gerar uma resposta determinística para cada variável de saída do sistema.

# Modelo de Inferência Nebulosa - Mamdani (1974)

---

- Regra típica em linguagem natural:
- “Se a temperatura está alta e aumentando, então aumente um pouco o resfriamento”
- Regra nebulosa
  - Se  $temp = Alta$  e  $delta-temp = Positivo$ ,
  - então  $delta-resfr = PositivoPequeno$ .

# Operações básicas em Lógica Nebulosa

---

Complemento:  $\mu_{\neg A}(x_i) = 1 - \mu_A(x_i)$

União:  $\mu_{A \cup B} = \max[\mu_A(x_i), \mu_B(x_i)]$

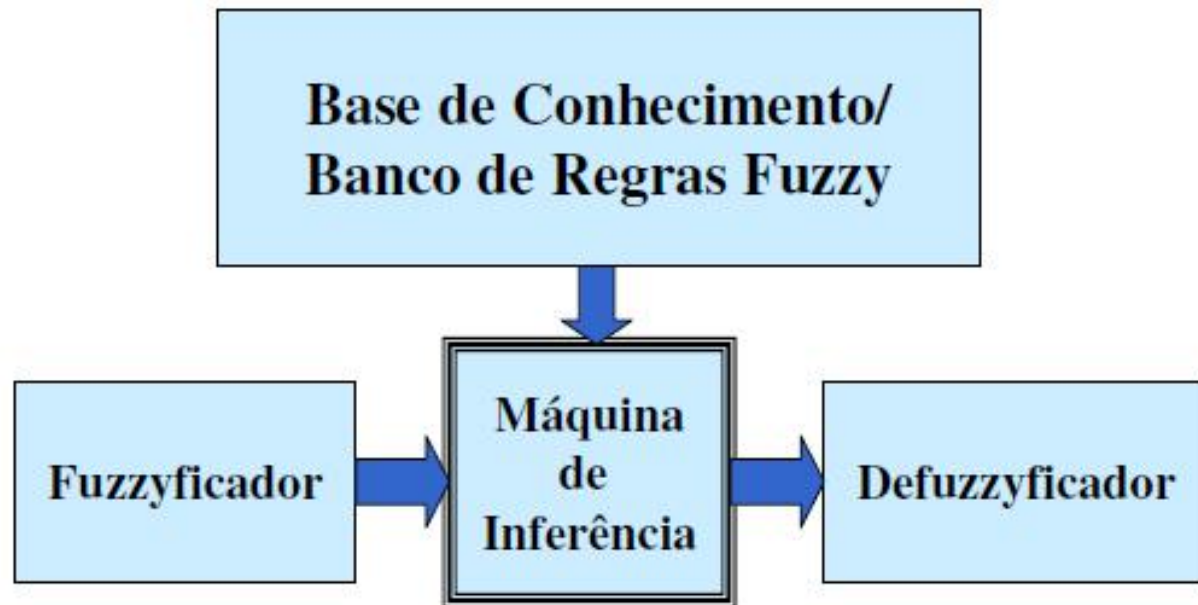
Interseção:  $\mu_{A \cap B} = \min[\mu_A(x_i), \mu_B(x_i)]$

– União  $\rightarrow$  conectivo lógico OU

– Interseção  $\rightarrow$  conectivo lógico E

# Diagrama Típico de um Sistema com Modelo de Inferência Mamdani

---



# Algumas aplicações de Lógica Fuzzy

---

- Sistemas de apoio à decisão
  - Representam o conhecimento e experiência
  - A partir da entrada de dados, podem:
    - Inferir evolução temporal
    - Verificar variações importantes
    - Gerar sugestões
- Aproximação de funções
  - Aproximação de funções não-lineares
- Controle de processos
- Uso em sistemas altamente não-lineares, de difícil modelagem

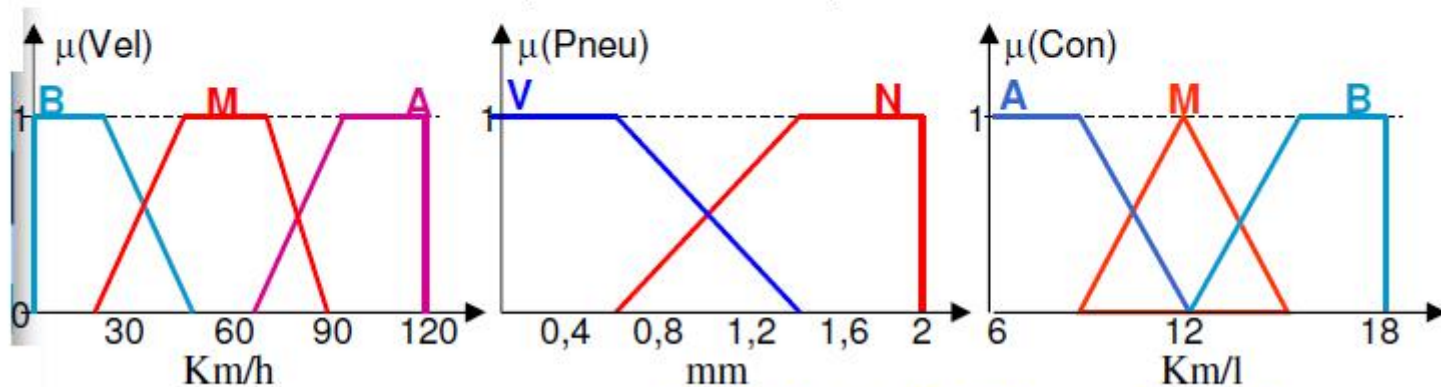
# Projeto de um Sistema Fuzzy

---

- *Passo 1- Definição do universo de discurso das variáveis de entrada e de saída.*
- *Passo 2- Partição dos universos de discurso definidos.*
  - Criação dos termos primários e graus de pertinência
- *Passo 3- Definição das regras que compõem a BC.*
- *Passo 4- Definição da técnica de defuzzyficação*
  - Centro de gravidade, média dos máximos, valor máximo, etc.

# Exemplo 1: Apoio a Decisão

- Projeto e funcionamento de um sistema para determinação do consumo de combustível de um automóvel.
  - Passo (1): Variáveis de entrada = velocidade (**Vel**), pneu (**Pneu**)  
Variável de saída = consumo (**Con**)
  - Passo (2): Vel = [Baixa, Média, Alta]; Pneu = [Velho, Novo]  
Con = [Baixo, Médio, Alto]



OBS:  $\sum \mu(x)$ : limitado em 1 no universo de discurso



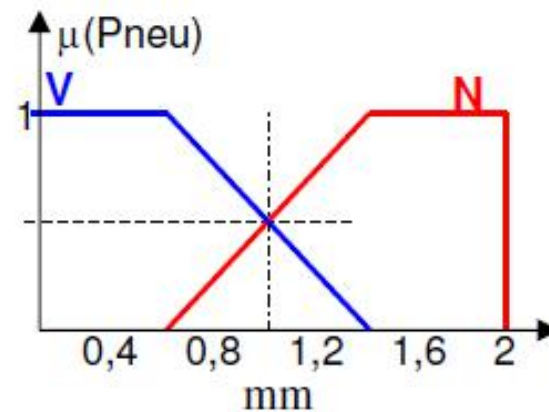
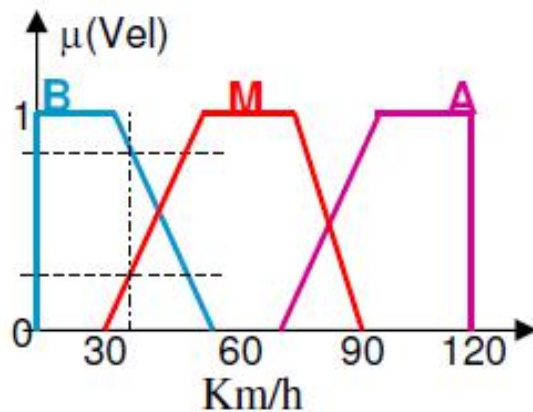
# Exemplo 1 – Passos 3 e 4

---

- Passo (3):
  - Regra 1: Se Vel = B e Pneu = V, então Con = A.
  - Regra 2: Se Vel = B e Pneu = N, então Con = M.
  - Regra 3: Se Vel = M e Pneu = V, então Con = M.
  - Regra 4: Se Vel = M e Pneu = N, então Con = B.
  - Regra 5: Se Vel = A e Pneu = V, então Con = A.
  - Regra 6: Se Vel = A e Pneu = N, então Con = M.
- Passo (4):
  - Adotar centro de gravidade

# Exemplo 1 - Questão

- Para Velocidade = 35 km/h e Pneu = 1mm, qual o Consumo?
- Fuzzificação:
  - $\mu_B(35) = 0,75$ ,  $\mu_M(35) = 0,25$ ,  $\mu_A(35) = 0,0$
  - $\mu_V(1) = 0,5$ ,  $\mu_N(1) = 0,5$



# Inferência Nebulosa

---

- Os mecanismos de inferência dos sistemas Nebulosos são mais simples que os dos sistemas especialistas clássicos:
- Na base de regras de um sistema nebuloso o conseqüente de uma regra não é aplicado ao antecedente de outra ( “ matching” clássico).
- As ações de controle são baseadas em inferência diretas de um único nível.
- Apenas “ forward propagation” (não há “ backward propagation” ).
- “Todas as regras são disparadas” .

# Inferência Nebulosa

---

## Regra semântica: **máx- min**

1. **Antecedentes:** Intersecção nebulosa entre os graus de pertinência das entradas atuais nos termos primários → **coeficiente de disparo**  $D^k$  para cada regra  $k$ .

$$D^k = \mathbf{min} [\mu_{A1k}(X_1), \mu_{A2k}(X_2), \dots, \mu_{Apk}(X_p)]$$

2. Todas as regras com  $D^k > 0$ , disparam.
3. **Conseqüentes:** limitados pelo coeficiente de disparo nos seus valores máximos dos conjuntos de saída.
4. Operação global de união compõe um conjunto nebuloso para cada variável de saída (informações de todas as regras)

$$\mu_{B^i}(y) = \mathbf{max} [\min(D^k, \mu_{B^i}(y))], \quad \forall y \in U_{y_j}$$

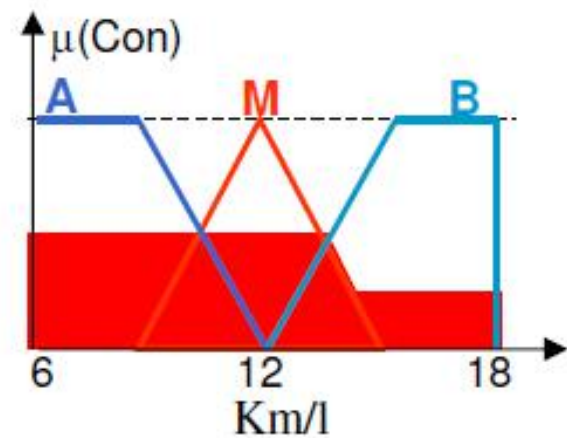
# Exemplo 1 – Resposta Final

- Inferência:

- $D^1 = \min[\mu_B(35), \mu_V(1)] = 0,5$  (Con=A)
- $D^2 = \min[\mu_B(35), \mu_N(1)] = 0,5$  (Con=M)
- $D^3 = \min[\mu_M(35), \mu_V(1)] = 0,25$  (Con=M)
- $D^4 = \min[\mu_M(35), \mu_N(1)] = 0,25$  (Con=B)
- $D^5 = \min[\mu_A(35), \mu_V(1)] = 0,0$  (Con=A)
- $D^6 = \min[\mu_A(35), \mu_N(1)] = 0,0$  (Con=M)
- A:  $\max(0,5; 0) = 0,5$ ; B:  $\max(0,25) = 0,25$
- M:  $\max(0,5; 0,25; 0) = 0,5$ ;

- Defuzzificação:

Con  $\cong$  11,5 km/l



# Desnebulização (Defuzzificação)

---

- Defuzzificação: Mapeamento das ações lingüísticas de controle sobre um universo de discurso numérico, ou não nebuloso, ou ainda espaço “escalar” .
- Maioria das aplicações práticas - É necessária uma ação baseada em um valor numérico concreto, ou escalar.
- Deve produzir uma ação não nebulosa que melhor represente a distribuição de possibilidades da ação lingüística inferida.
- Não existe procedimento único para a escolha da estratégia de “ defuzzificação” .

# Métodos de Defuzzificação

---

- Métodos mais usados:
- **1) Método da média dos máximos** –
  - Gera uma ação de controle que representa o valor médio de todas as ações de controle individuais cujas funções de pertinência assumem o valor máximo.
- **2) Método do Centro de Gravidade**
- (provavelmente o mais utilizado) – A ação de controle numérica é calculada obtendo-se o centro de gravidade da distribuição de possibilidades da ação de controle global.



# Centro de Gravidade

---

- Método do Centro de Gravidade (ou centroíde)

**Contínuo**

$$y_C = \frac{\int y \mu_B(y) dy}{\int \mu_B(y) dy}$$

**Discreto**

$$y_C = \frac{\sum y_i \mu_B(y_i)}{\sum \mu_B(y_i)}$$

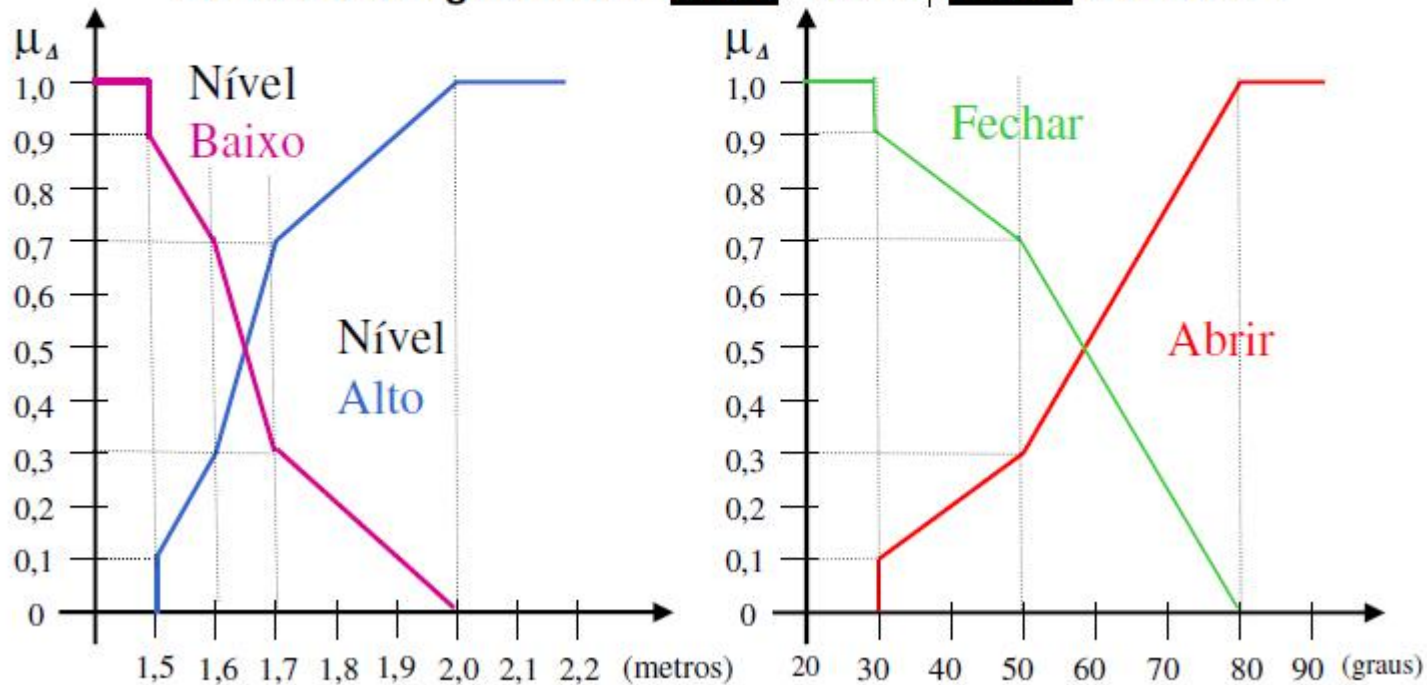


# Exemplo 2 – Controle de Processo Dinâmico

- Sistema de controle do nível de água em um tanque através de uma válvula de escape.

Se “nível de água estiver alto” então “abrir a válvula”.

Se “nível de água estiver baixo” então “fechar a válvula”.

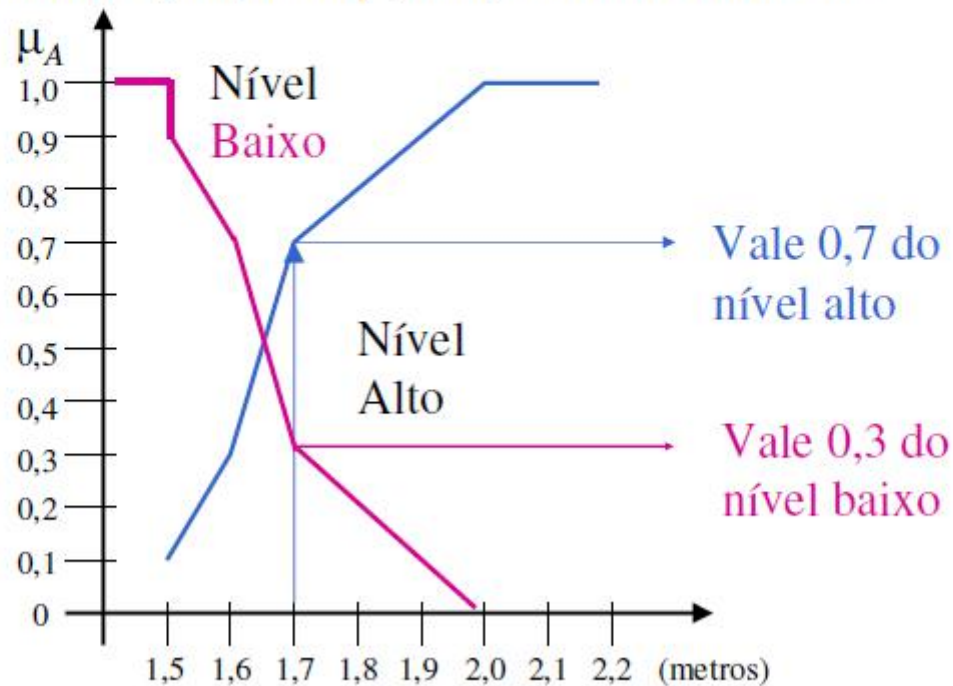


# Exemplo 2

Qual a abertura desejada da válvula se o nível está a 1,7m?

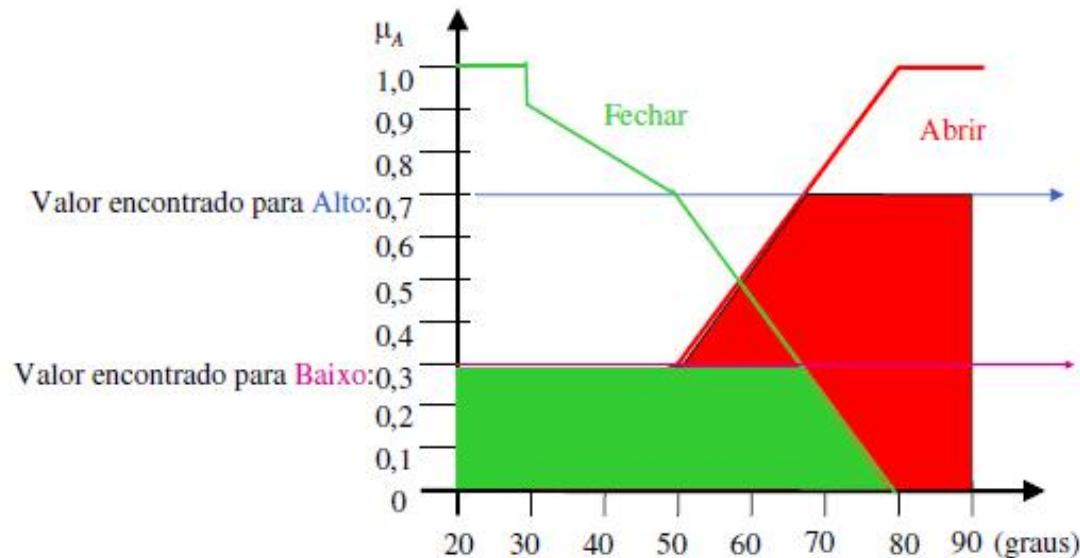
■ **Fuzzyficar entrada:** descobrir o valor da função de pertinência para a entrada 1,7m.

– Caso a entrada já seja “fuzzy”, este passo é desnecessário.



# Exemplo 2

**Inferência fuzzy:** Transferir o valor encontrado para a saída.



**Defuzzyficar:**  $C.G. \cong \left( \sum_x x \cdot \mu(x) \right) / \left( \sum_x \mu(x) \right)$

$$C.G. \cong \frac{20 \cdot 0,3 + 30 \cdot 0,3 + 40 \cdot 0,3 + 50 \cdot 0,3 + 60 \cdot 0,5 + 70 \cdot 0,7 + 80 \cdot 0,7 + 90 \cdot 0,7}{0,3 + 0,3 + 0,3 + 0,3 + 0,5 + 0,7 + 0,7 + 0,7}$$

$$C.G. \cong 63,16 \text{ graus}$$

# Exemplo 3 – Compra/Venda de Ações

---

- Sistema Fuzzy de comercialização automatizada de ações capaz de decidir o momento adequado de emitir ordens de compra/venda de ações
- Projetar a tendência futura do preço de uma determinada ação,
  - A partir de um pequeno conjunto de variáveis lingüísticas e regras fuzzy extraídas de literatura especializada em mercado de capitais [Pinheiro 2001]
    - IFR (Índice de Força Relativa)
    - Estocástico

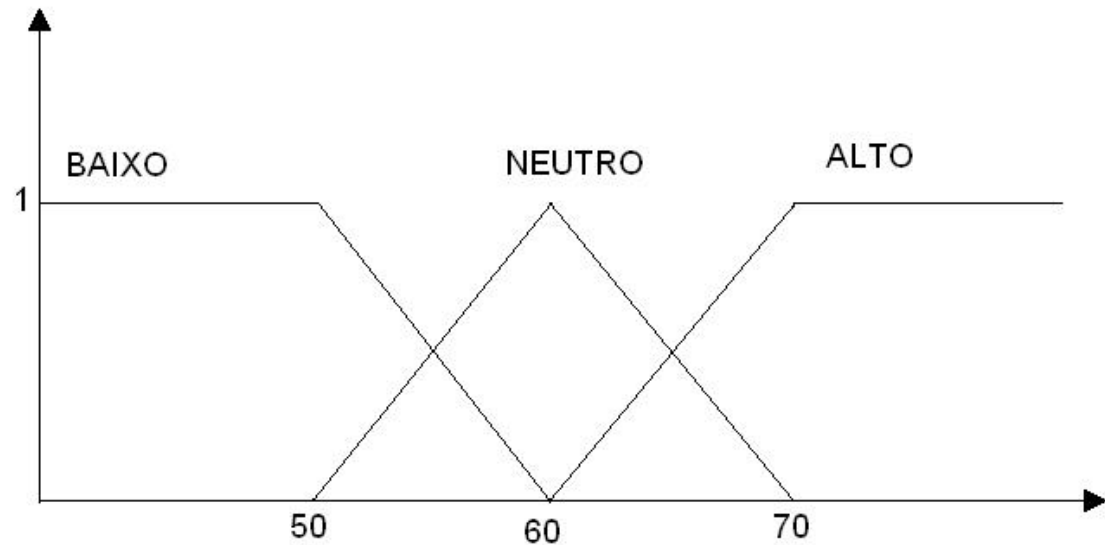
# IFR

- IFR é calculado a partir das cotações da ação:

$$RSI = 100\% \times \left( 1 - \frac{1}{1 + \frac{U}{D}} \right)$$

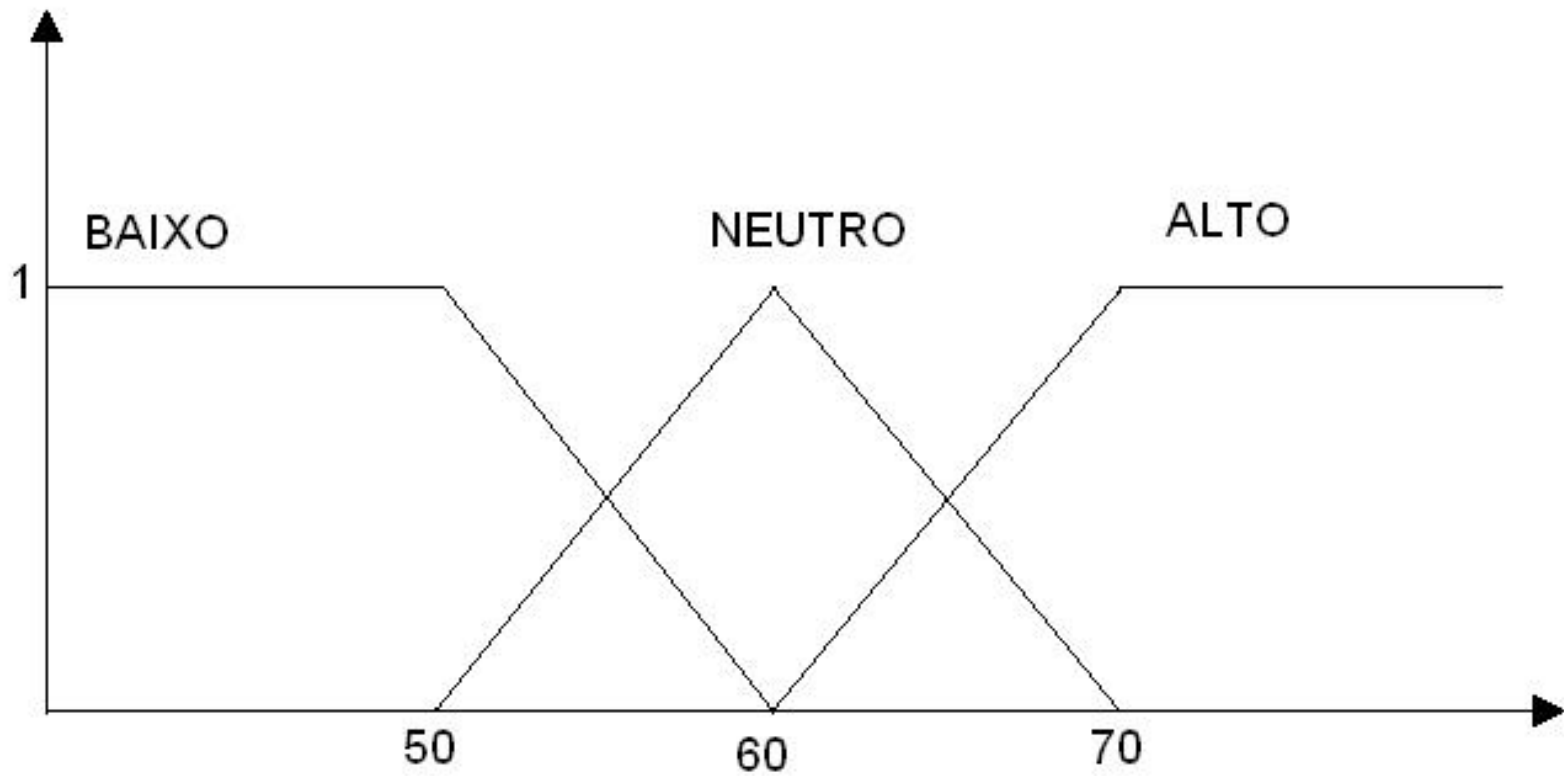
$$U = Average(\text{positive } \Delta_j), \quad D = Average(\text{negative } \Delta_j)$$

- Comprar ações quando IFR está baixo e Vender quando estiver alto
- Variável Línqüística:



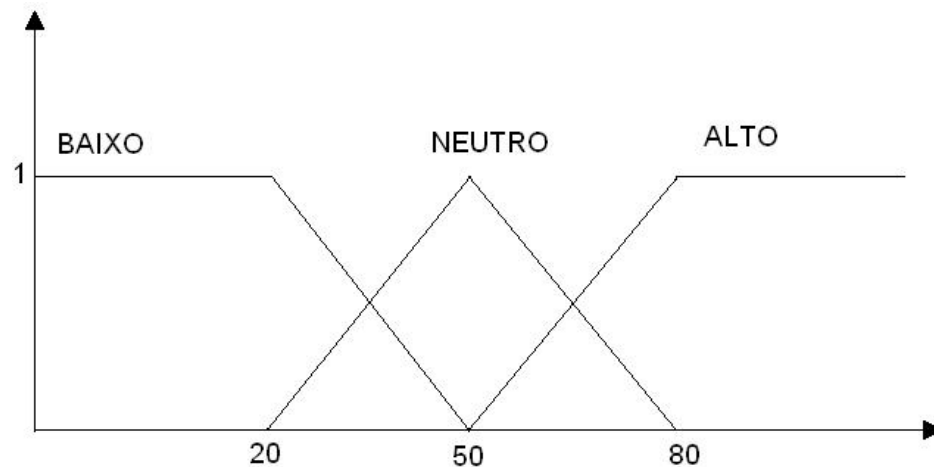
*IFR*

---



# Estocástico

- O indicador estocástico (stochastic) é definido como:
  - $K = (U - A) / (A - B) * 100\%$
  - Onde
    - U - Última cotação da ação
    - A - Valor máximo da ação no período considerado
    - B - Valor mínimo da ação no período considerado
- Quando K é alto, isto é um sinal de compra
- Quando K é baixo, isto é um sinal de venda



# Regras Nebulosas

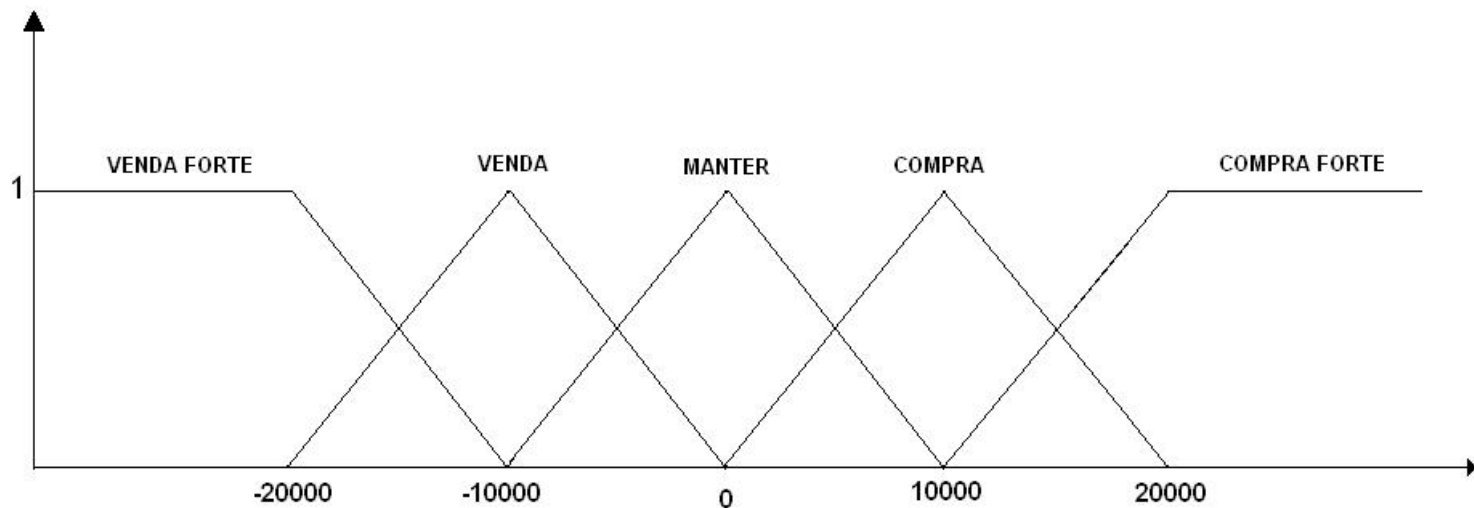
---

- Se *IFR* is Baixo and *K* is Alto Então *Ordem* é Compra Forte
- Se *IFR* is Baixo Então *Ordem* is Compra
- Se *K* is Alto Então *Ordem* is Compra
- Se *IFR* is Alto and *K* is Baixo Então *Ordem* é Venda Forte



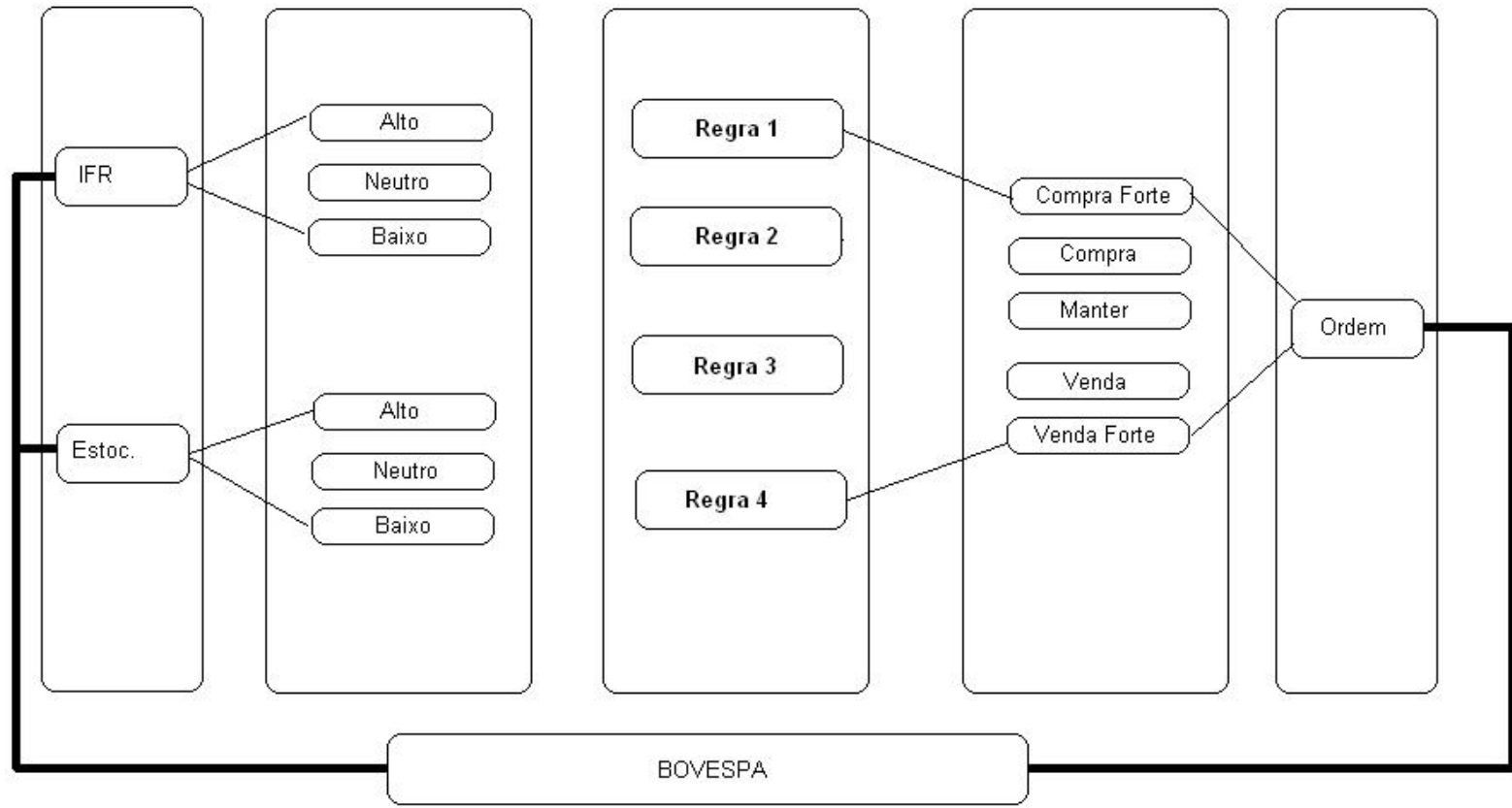
# Decisão: Ordem de Compra ou Venda

- A decisão do agente é uma ordem que pode assumir cinco valores:
  - Compra Forte, Compra, Manter, Venda, Venda Forte



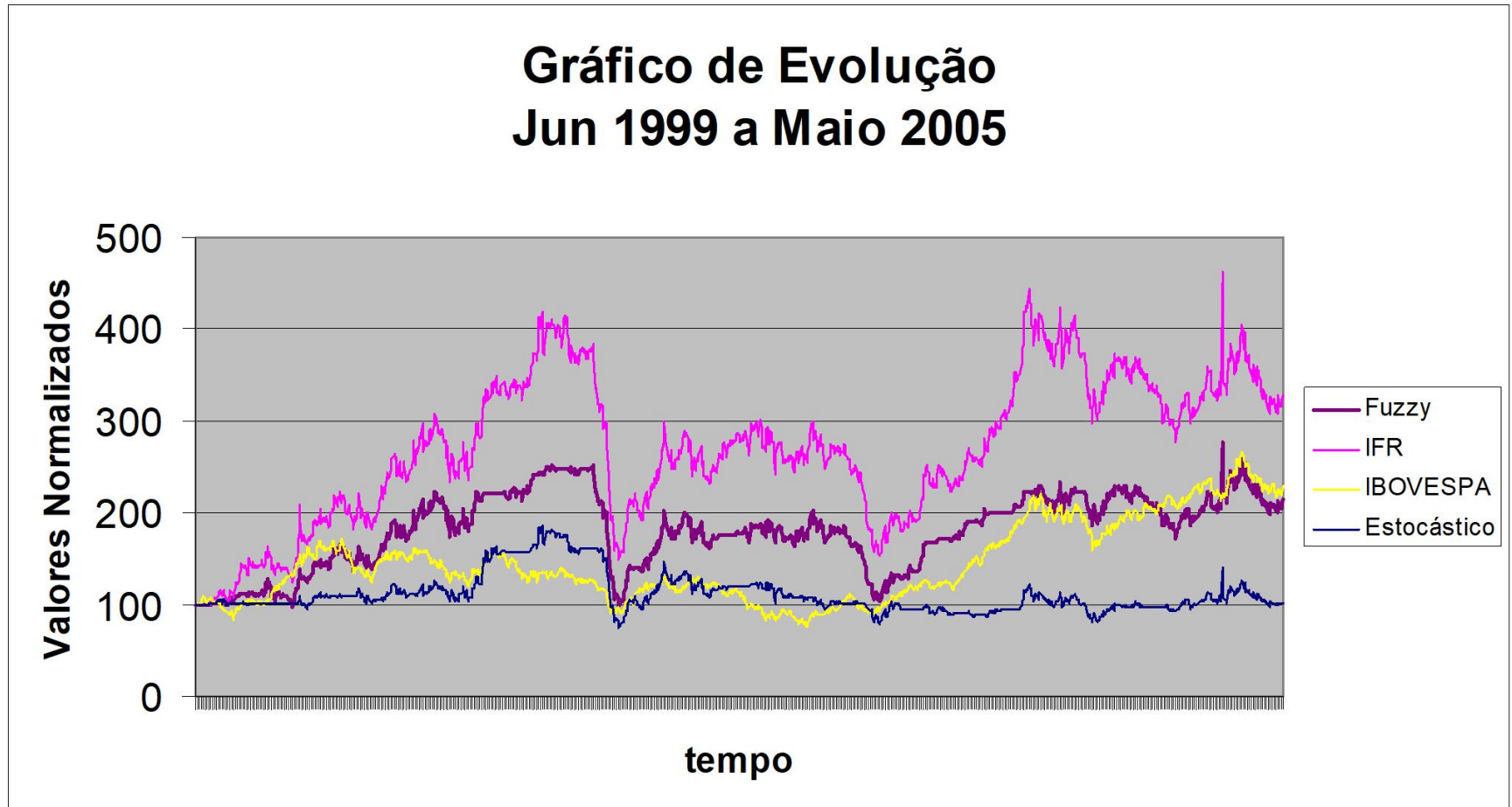
# Modelagem

---



# Resultado

- Usando simulação com dados da BOVESPA



# Situação Atual

---

- Atualmente: mudança de enfoque
- Integração com outras tecnologias em sistemas de maior porte e uso mais geral
  - (Ex. junto com abordagem conexionista - sistemas neuro-fuzzy, uso de aprendizagem para aprender o conjunto de regras da BC)
- Arquiteturas híbridas, decisões cooperativas com outros módulos