

CTC-17 Inteligência Artificial  
Busca Competitiva e  
Busca Iterativa

Prof. Paulo André Castro  
[pauloac@ita.br](mailto:pauloac@ita.br)  
[www.comp.ita.br/~pauloac](http://www.comp.ita.br/~pauloac)  
IEC-ITA

Sala 110,

# Sumário

---

- **Busca Competitiva**
  - Para Ambientes multiagentes...
  
- Busca de Melhoria Iterativa
  - Quando a solução é um ponto não um caminho....

# Busca Competitiva

---

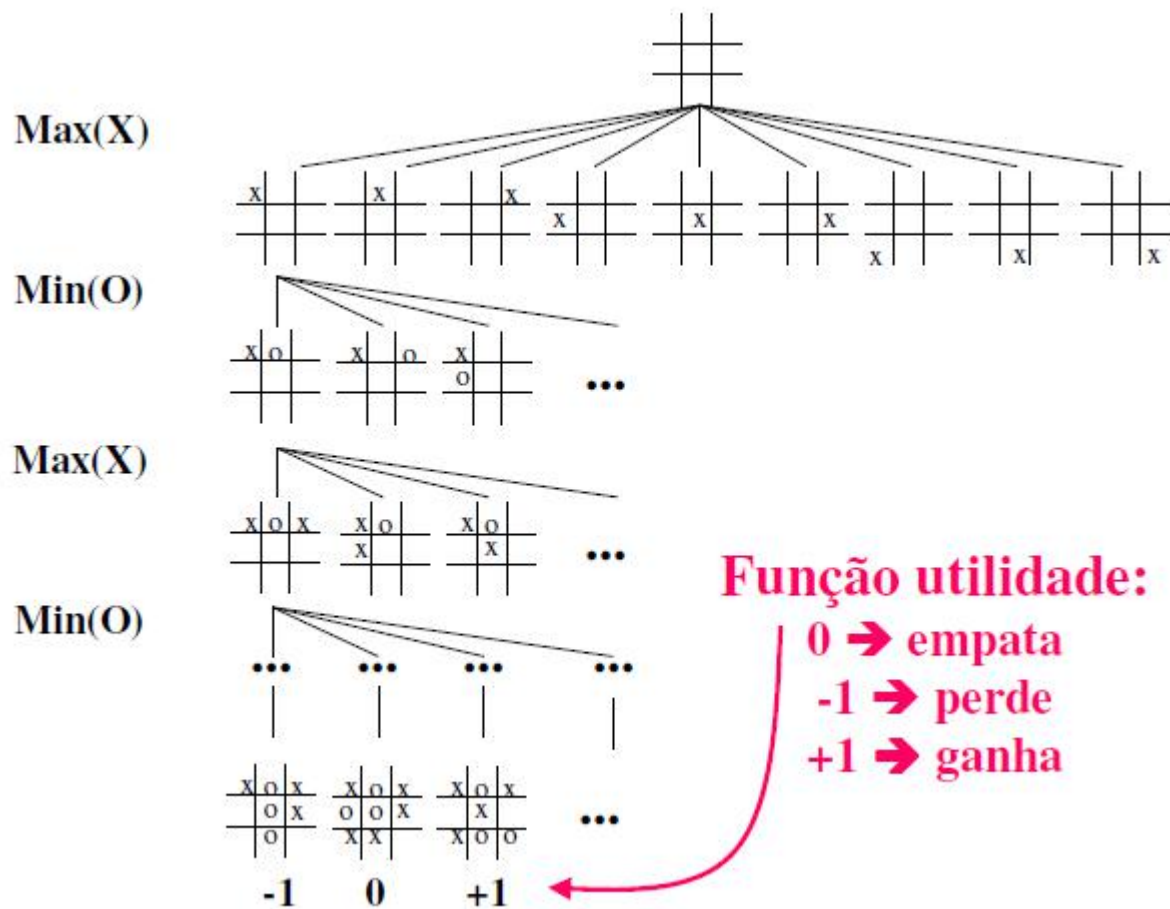
- Jogos com adversários
  - Formulação simples (ações bem definidas)
  - Totalmente observável (geralmente)
  - “Sinônimo” de inteligência
    - Primeiro algoritmo para jogar Xadrez criado em 1950 (Claude Shannon)
  - Problemas bastante complexos:
    - Tamanho + limitação (aprox.  $35^{100}$  nós em jogos de xadrez)
    - Incerteza devido as ações do oponente
    - Agente deve agir antes de completar a busca totalmente

# Busca Competitiva

---

- 2 jogadores, revezam o lance, são adversários
- **Formulação**
  - **Estado inicial:** posições do tabuleiro + de quem é a vez
  - **Estado final:** posições em que o jogo acaba
  - **Operadores:** jogadas legais
  - **Função de utilidade:** valor numérico do resultado (pontuação)
- **Busca: algoritmo minimax**
  - **Idéia:** maximizar a utilidade (ganho) supondo que o adversário vai tentar minimizá-la.
  - Minimax faz **busca cega em profundidade**.
  - O agente é MAX e o adversário é MIN.

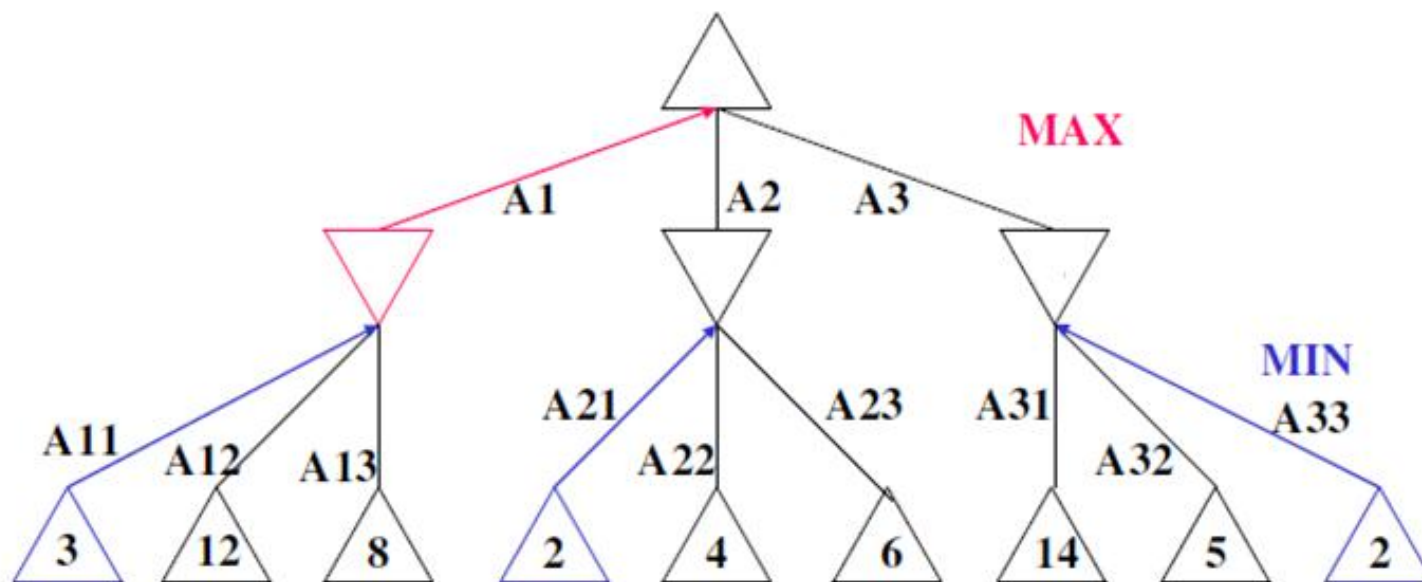
# Jogo da velha - Minimax



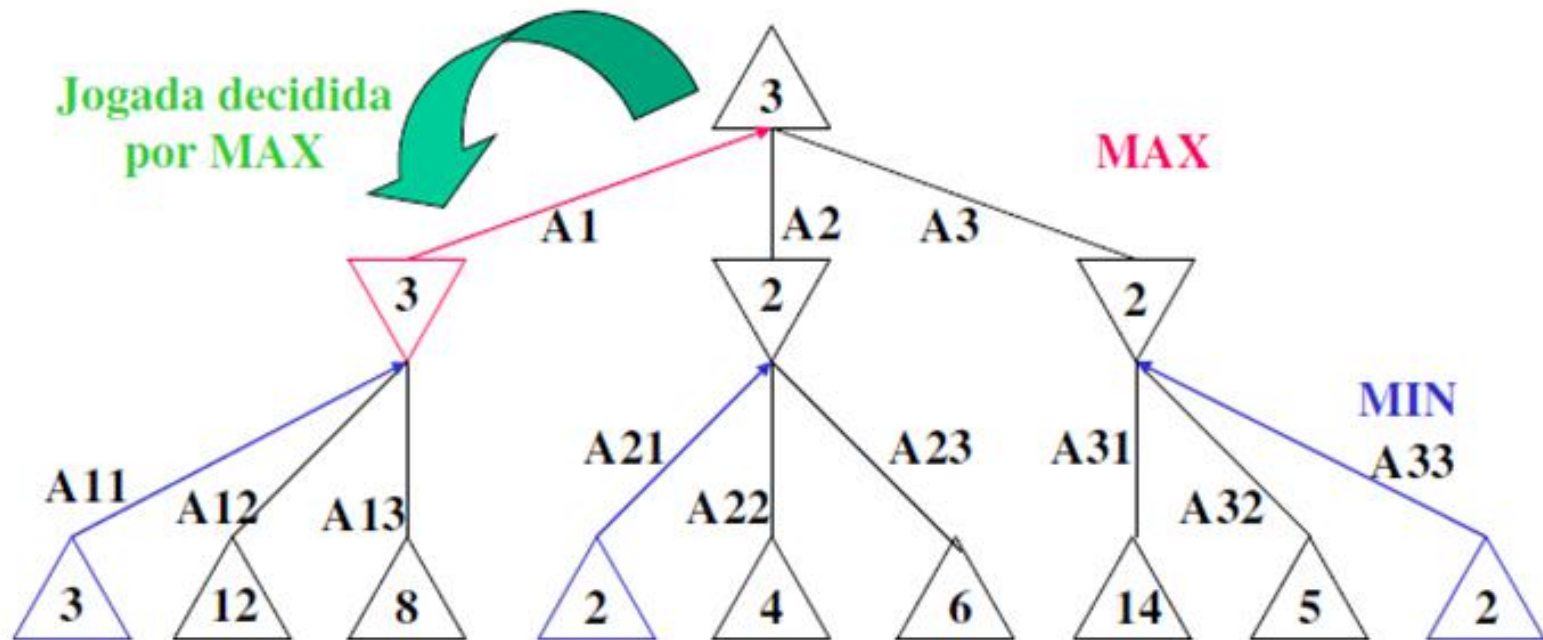
# Minimax

## ■ Passos:

- Gera a árvore **inteira** até os estados terminais (ganha, perde ou empata).
- Aplica a **função de utilidade** nas folhas.
- Propaga os valores dessa função subindo a árvore através do minimax.
- Determinar qual a ação que será escolhida por MAX.



# Resultado do algoritmo Minimax



# Avaliação do Minimax

---

- **Problemas**

- Tempo gasto para determinar a solução ótima pode ser impraticável para muitos problemas reais (percorrer a árvore inteira – todas as folhas)
- Complexidade:  $O(b^m)$  – como em busca em profundidade

- Entretanto, Minimax traz solução ótima e pode ser modificado para gerar métodos mais eficientes

- **Abordagens de Modificação**

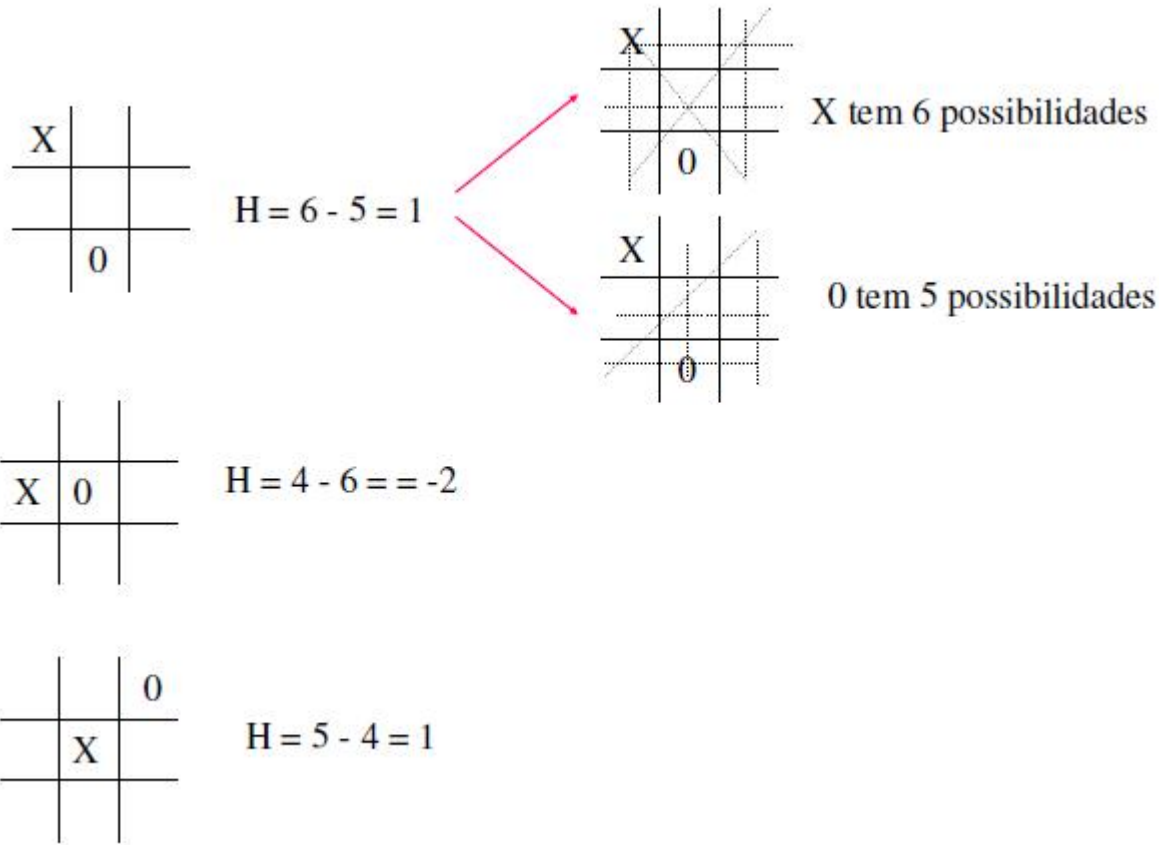
- Substituir a função de utilidade por uma função de avaliação **heurística**, e assim limitar a profundidade

- Podar a árvore e evitar subárvores irrelevantes: Poda **alpha**

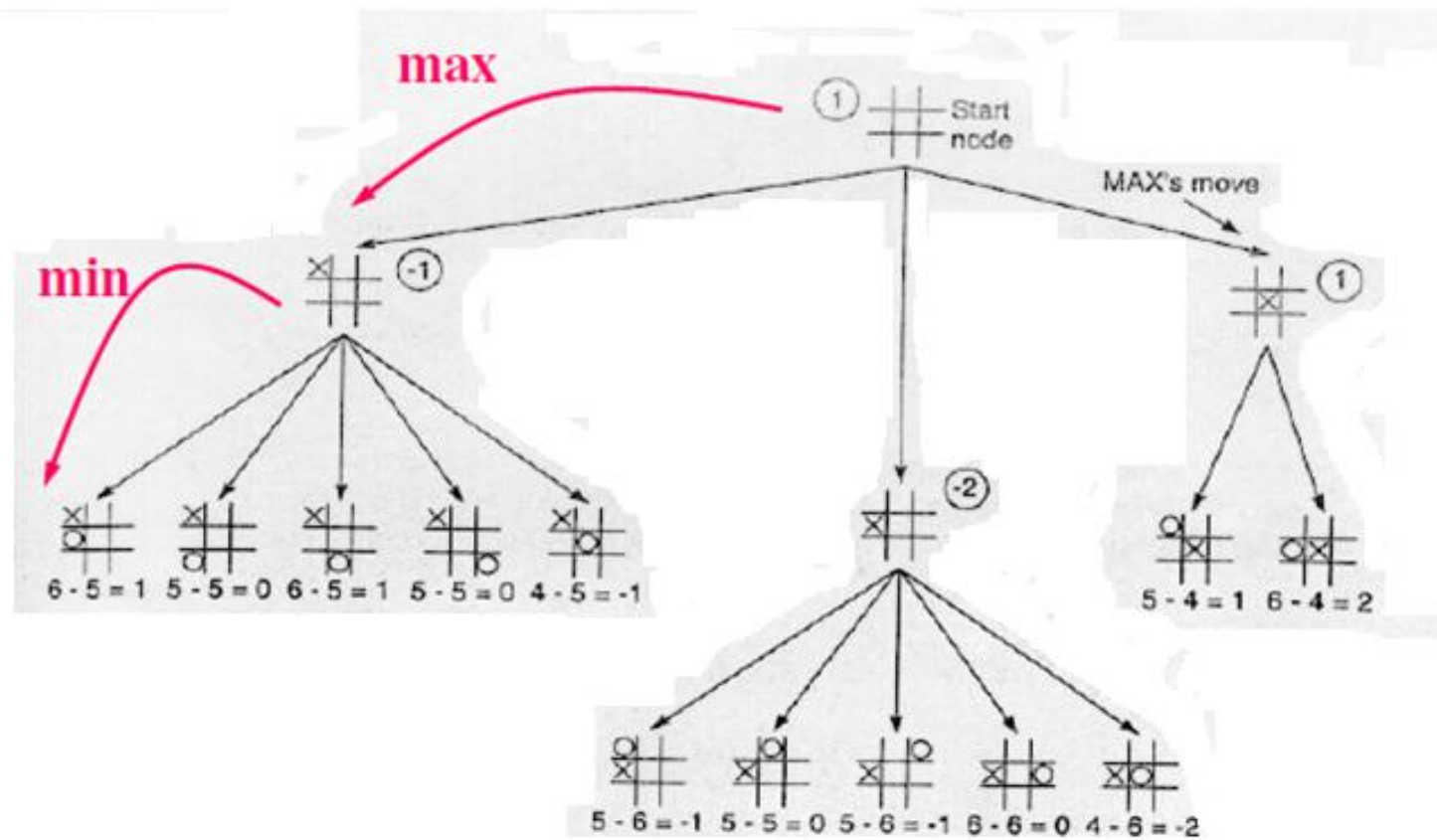


# Abordagem 1: Função Heurística

---



# Aplicação do Minimax



# Poda Alpha-Beta

---

- **Objetivo:** Não expandir subárvores desnecessariamente durante a busca
- Idéia: *Ninguém* escolhe uma opção pior do que uma opção já disponível
- Manter dois parâmetros
  - $\alpha$  - melhor valor para MAX
  - $\beta$  - melhor valor para MIN

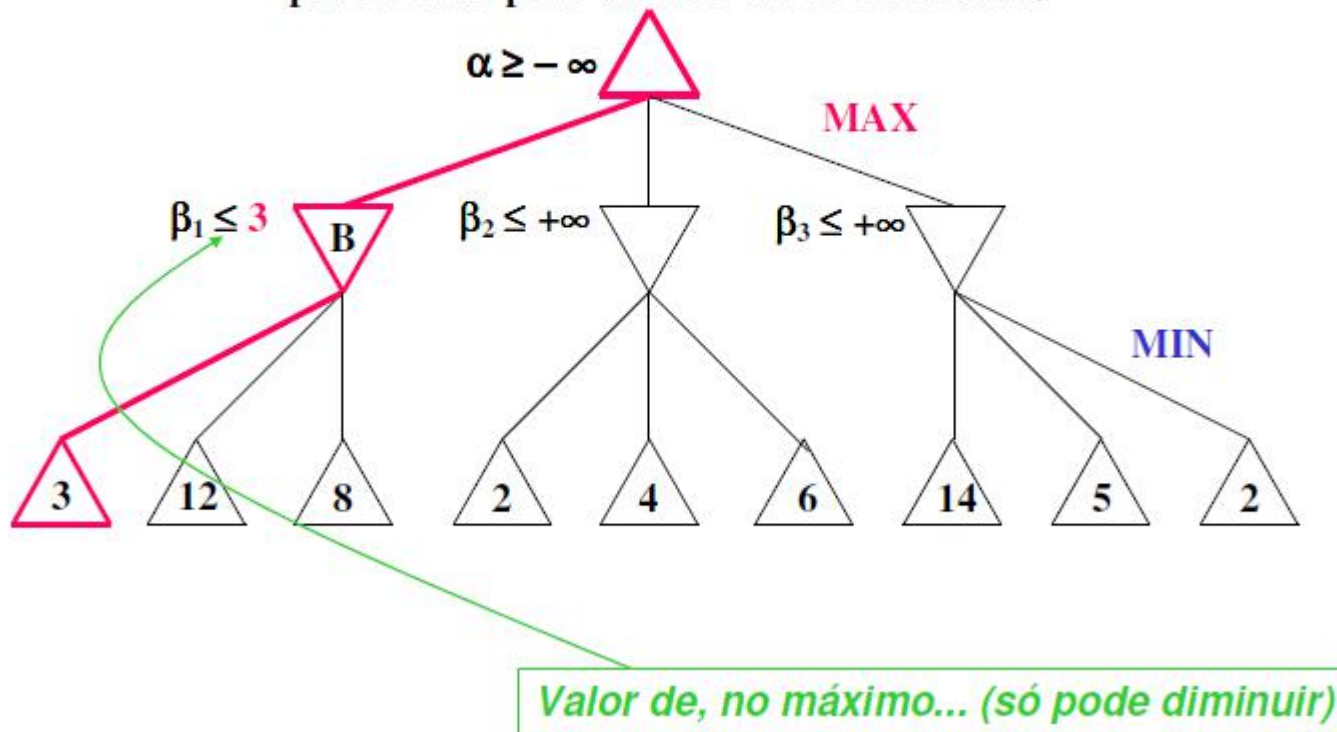
# Poda Alpha-Beta ( $\alpha - \beta$ )

---

- Teste de expansão - MAX não aceita  $\alpha$  pior e MIN não aceita  $\beta$  pior logo:
  - $\alpha$  – não pode diminuir (não pode ser menor que um ancestral)
    - $\alpha$  já encontrado funciona como um limitante inferior
  - $\beta$  – não pode aumentar (não pode ser maior que um ancestral)
    - $\beta$  já encontrado funciona como um limitante superior

# Poda Alpha-Beta - Exemplo

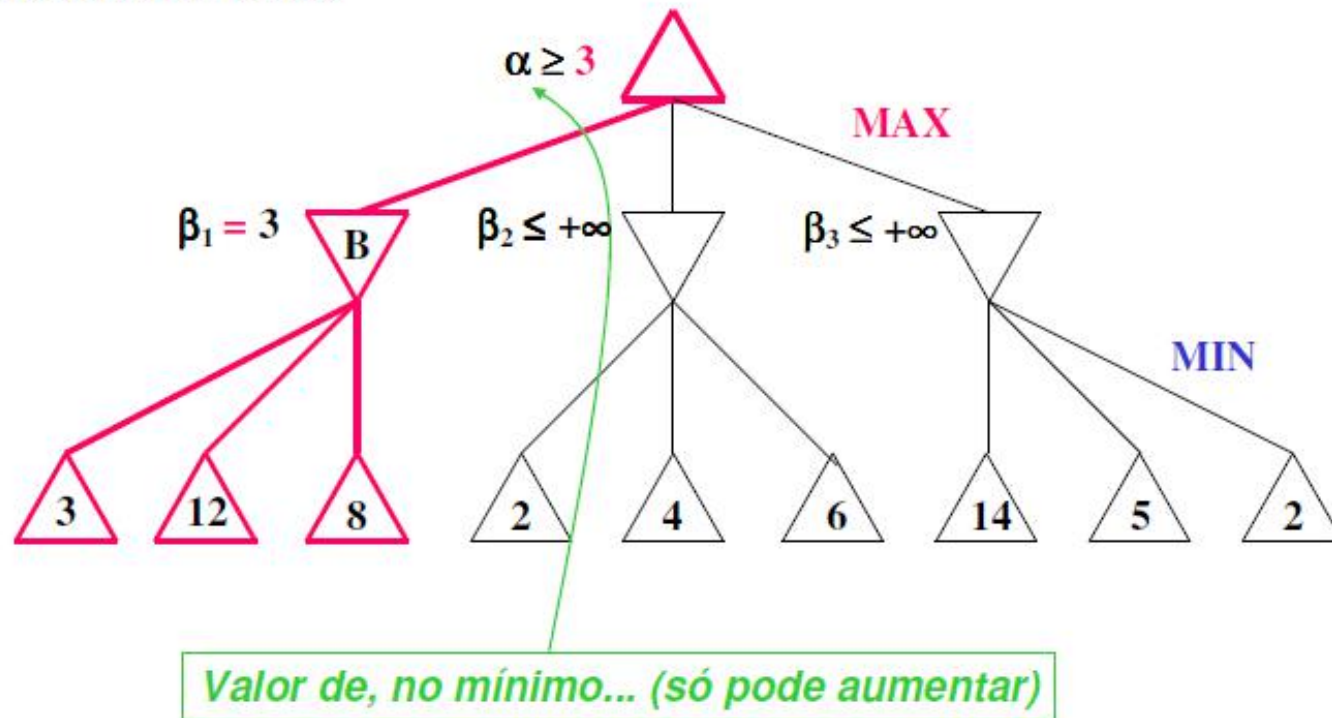
**Início:** expande até 1ª. Folha e aplica função utilidade, atualizando o máximo valor que B pode ter (já que é um nó de MIN). Precisa continuar procurando para ver se B ainda é reduzido.



10

# Poda Alpha-Beta – Continuação do Exemplo

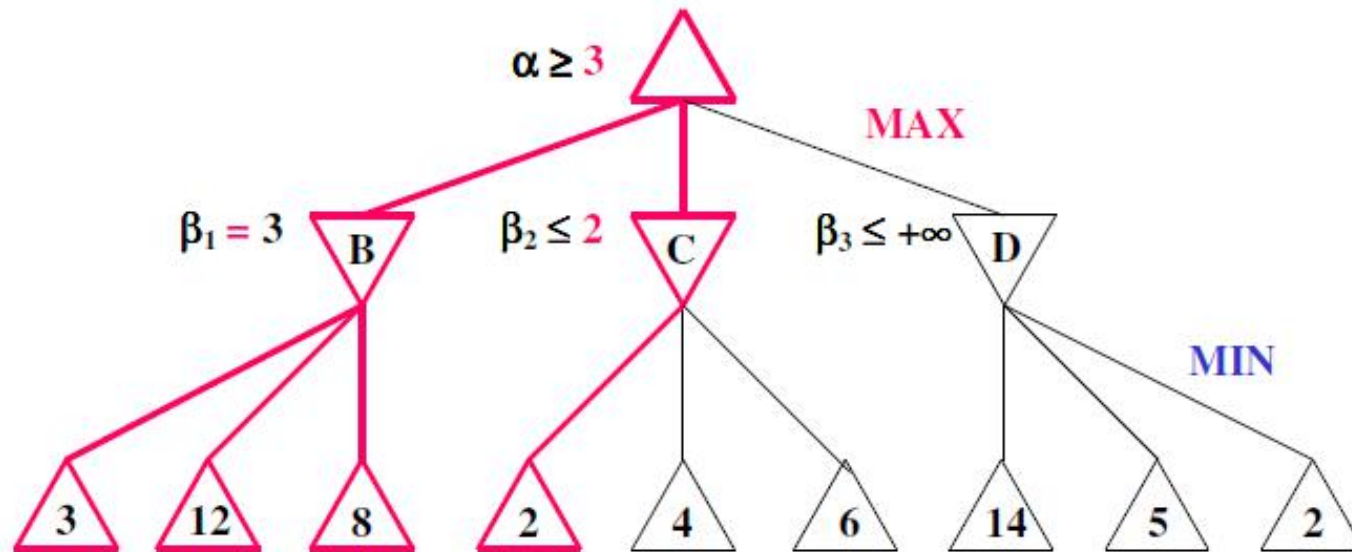
Continua expansão de **B**: folha com  $12 > 3$  (**B** não muda seu máximo), depois folha com  $8 > 3$  (**B** não muda seu máximo). **B** não tem mais filhos, portanto  $\beta_1 = 3$  e  $\alpha$  do pai pode ser iniciado. Continua expansão, com  $\alpha$  limitando a busca.



# Poda Alpha-Beta – Continuação do Exemplo

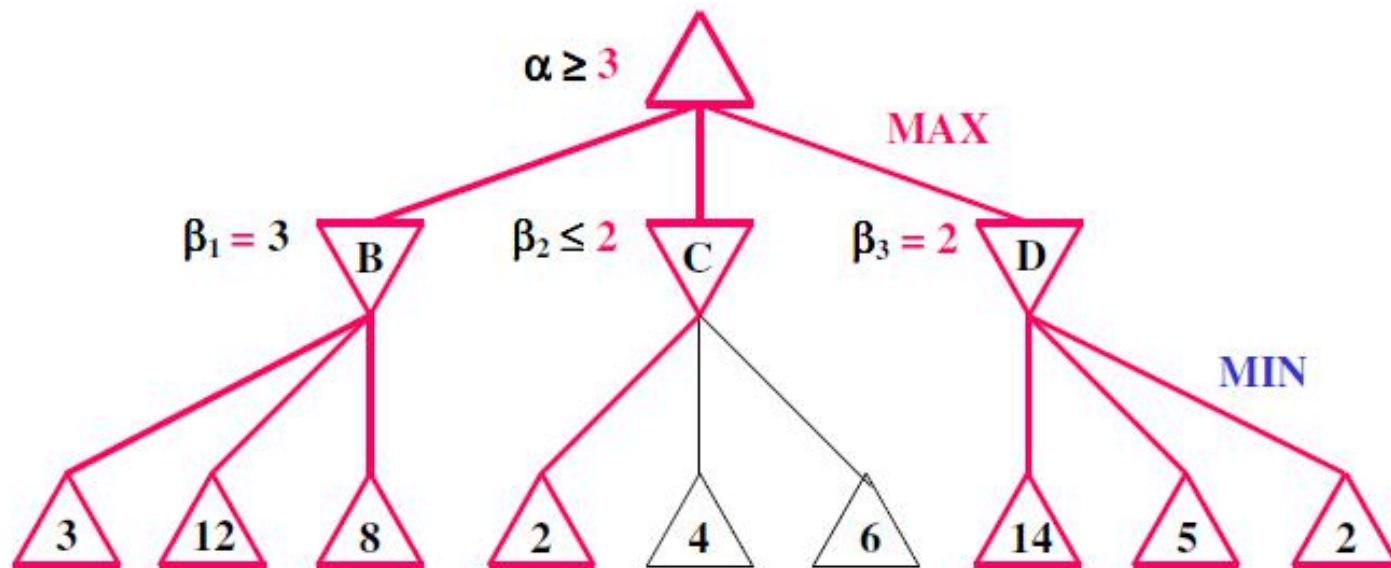
**Expande C:** folha com 2, atualiza  $\beta_2 \leq 2$ . Como  $2 < \alpha$  do nó pai, C não precisa mais ser expandido. Deve-se verificar se  $\beta_3 > 3$  para mudar  $\alpha$ .

Justificativa: se novo filho tiver valor MAIOR que 2, como  $\beta_2$  não pode aumentar, nada será mudado; se novo filho tiver valor MENOR que 2,  $\beta_2$  reduzirá mas não afetará  $\alpha$ , que só pode aumentar e já está com valor 3.



# Poda Alpha-Beta – Continuação do Exemplo

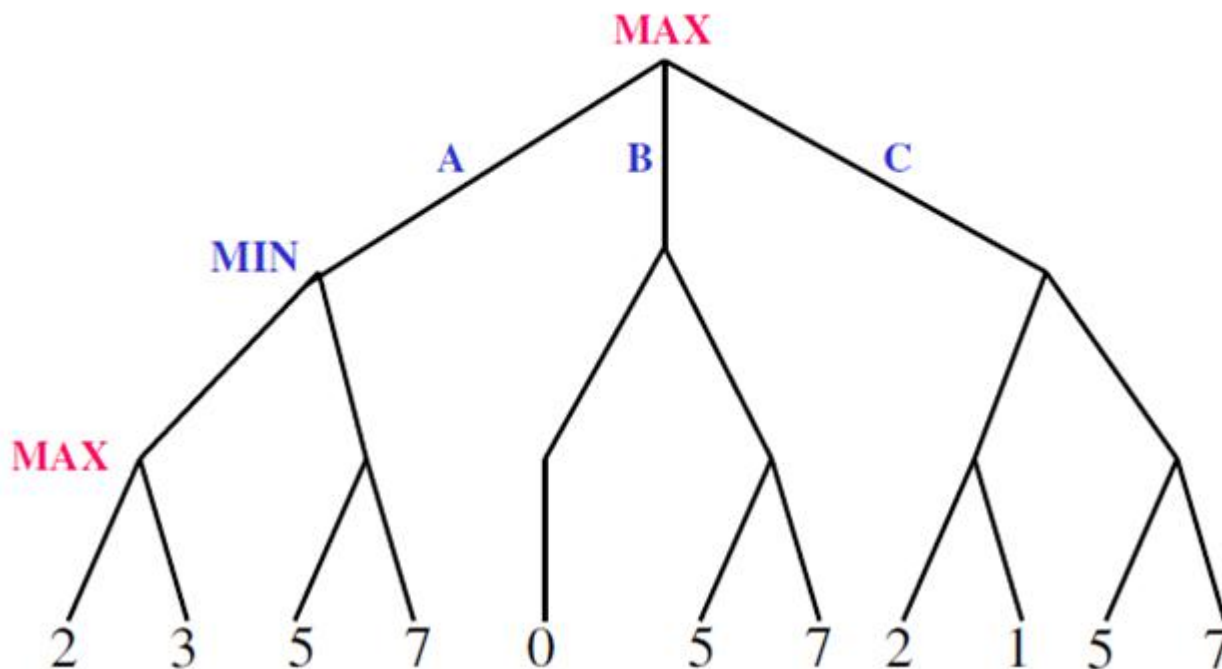
**Expande D:** folha com 14, atualiza  $\beta_3 \leq 14$  e como  $14 > \alpha$  e  $\beta_3$  ainda pode diminuir, continua a expansão de D. Folha com 5, reduz  $\beta_3$  e como  $5 > \alpha$  e  $\beta_3$  ainda pode diminuir, continua a expansão de D. Última folha tem 2: define valor de  $\beta_3 = 2$  e verifica se atualiza  $\alpha$ ; como  $\alpha > 2$ , ele não muda e a busca termina, com escolha da jogada B.

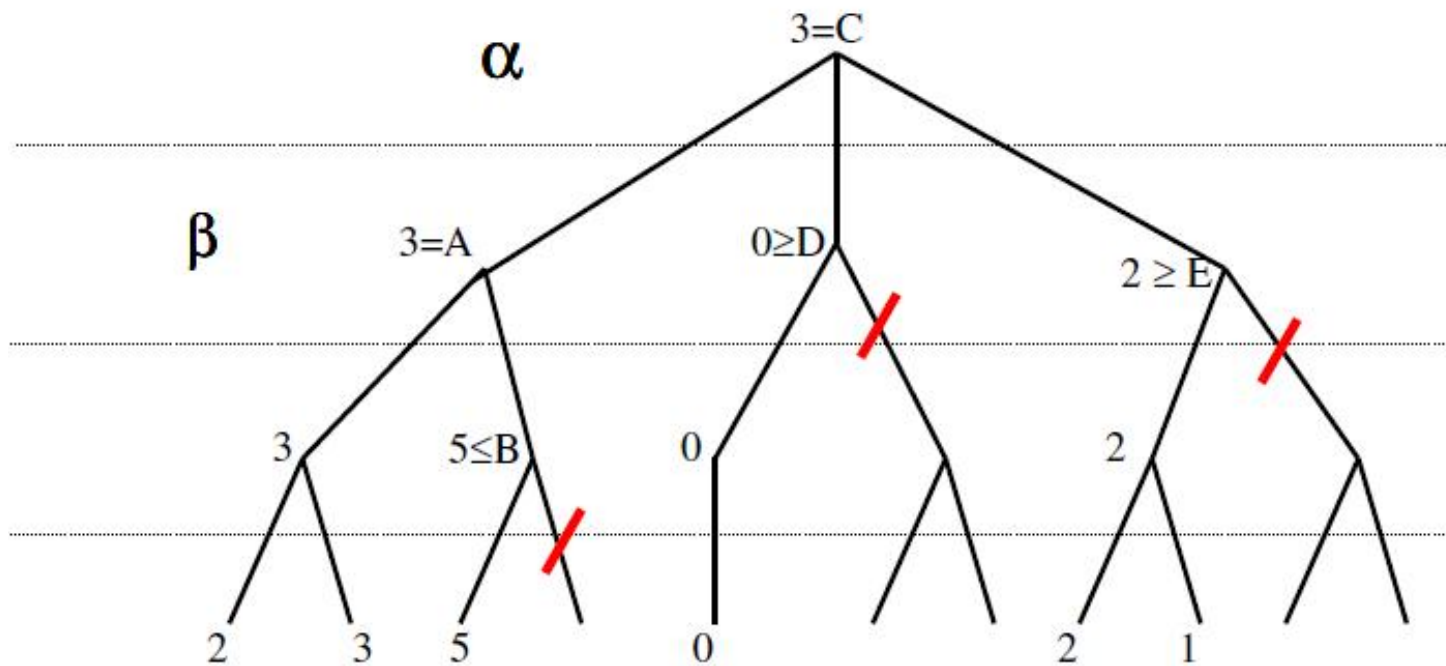




# Exercício

Decidir a jogada de MAX (A, B ou C) considerando as utilidades fornecidas nas folhas. Adotando a poda alfa-beta, indicar quais arestas/subárvores serão podadas.

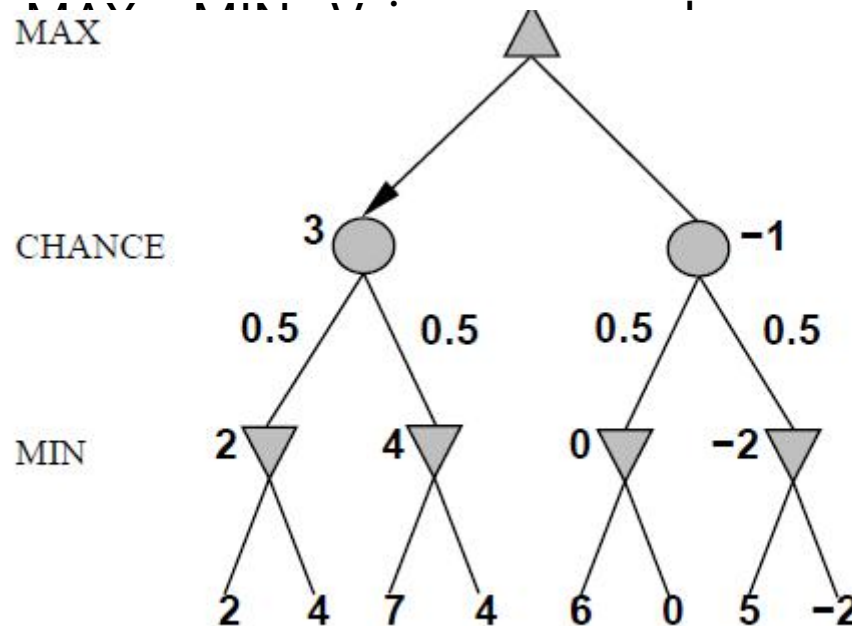




A tem  $\beta=3$ ; B será podado por  $\beta$ , já que  $5 > 3$   
D é podado por  $\alpha$ , já que  $0 < 3$   
E é podado por  $\alpha$ , já que  $2 < 3$   
C é 3.

# Nem todos os jogos são determinísticos...

- Como tratar problemas onde a situação do ambiente não depende exclusivamente das decisões dos agentes? Ex. Gamão, War, poquêr, black jack, etc. ...
- Pode-se modelar o fator aleatório como um terceiro jogador..Por exemplo, em jogos com dados, os dados seriam um terceiro jogador que age entre



# Algoritmo Expectminimax

---

EXPECTIMINIMAX proporciona jogo perfeito

Igual à MINIMAX, mas considerando-se nós fortuitos:

...

se *estado* é um nó fortuito **então** uso

EXPECTIMINIMAX-VALUE de SUCCESSORS(*estado*)

...

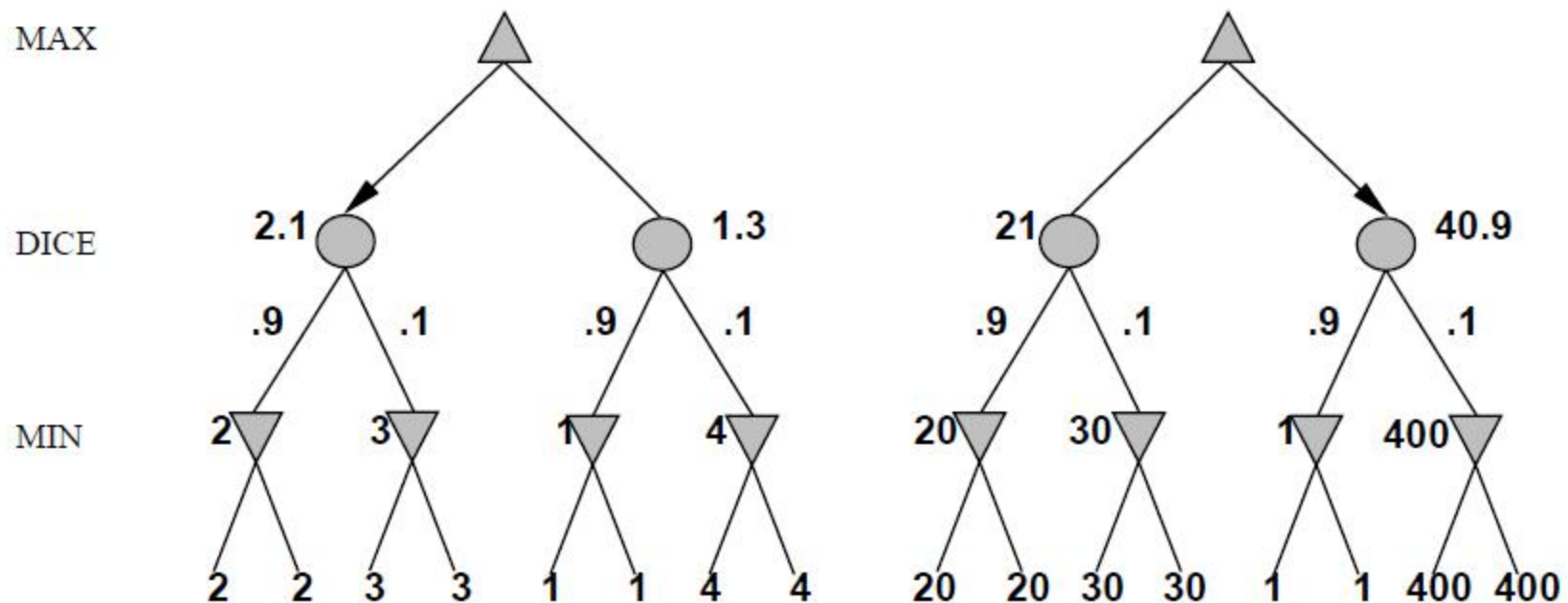
$$\text{expectmax}(C) = \sum_i P(d_i) \max_{s \in S(C, d_i)} (\text{utilidade}(s)) \quad (1)$$

$$\text{expectmin}(C) = \sum_i P(d_i) \min_{s \in S(C, d_i)} (\text{utilidade}(s)) \quad (2)$$

Uma versão de poda alpha-beta é possível

---

# Valores exatos das utilidades importam



- O comportamento não é mais preservado se utilizarmos um escalonamento que apenas preserve a ordem das utilidades dos nós folhas
- Para preservar o comportamento, deve-se utilizar uma transformação linear positiva (Teoria da decisão)

# Algoritmos Expectminimax

---

- A introdução do elemento ao acaso, faz aumentar enormemente a árvore de busca e o tempo para analisá-la
- A poda alfa-beta pode ser usada, porém é muito menos efetiva
- Jogos com incerteza são muitas vezes tratados com outras técnicas tais como Teoria da decisão, Modelo decisório de Markov, e redes bayesianas que serão estudadas no segundo bimestre

# Sumário

---

- Busca Competitiva
- **Busca de Melhoria Iterativa**

# Algoritmos de Melhoria Iterativa

---

Em muitos problemas de otimização, a trajetória é *irrelevante*;  
o próprio estado-objetivo é a solução

Espaço de estados = conjunto de configurações “completas”  
ache configuração *ótima* (e.g. PCV),  
ou ache configuração que satisfaz restrições (e.g. prob. das n-rainhas)

Em tais casos, pode-se usar um algoritmo de **melhoria iterativa**;  
mantém-se um único estado “atual”, tentando-se melhorá-lo

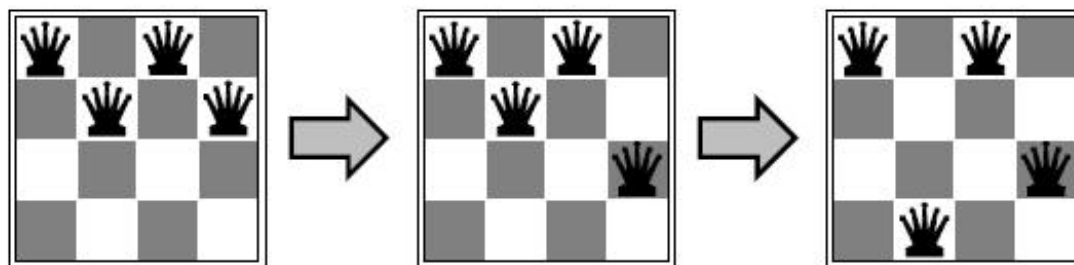
Espaço constante, adequado para busca *online* ou *offline*



# Exemplo: Estado Objetivo

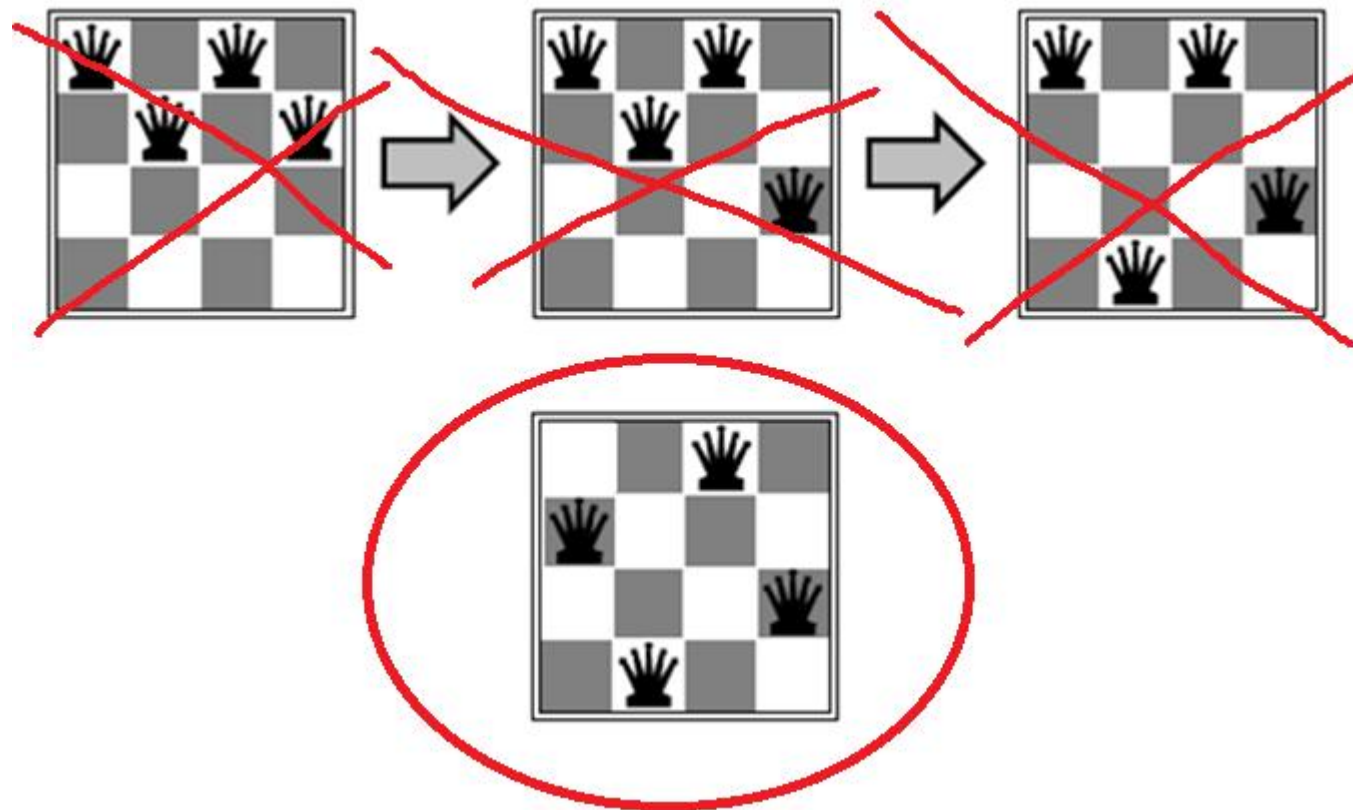
---

Problema das  $n$ -rainhas: Ponha  $n$  rainhas em um tabuleiro  $n \times n$ , sem que duas rainhas fiquem na mesma linha, coluna, ou diagonal



# Solução?

---

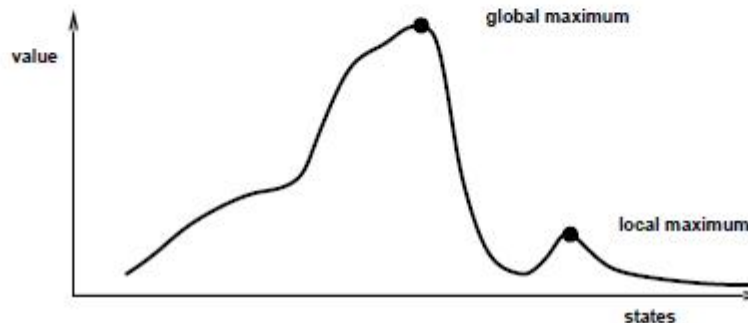


# Subida de Encosta (Hill-Climbing) ou subida de gradiente

```
function HILL-CLIMBING(problem) returns a solution state
  inputs: problem, a problem
  local variables: current, a node
                  next, a node

  current ← MAKE-NODE(INITIAL-STATE[problem])
  loop do
    next ← a highest-valued successor of current
    if VALUE[next] < VALUE[current] then return current
    current ← next
  end
```

Dependendo do estado inicial, pode ficar preso em máximos locais



É como escalar uma montanha com amnésia e em névoa espessa....

# Hill Climbing

---

- Determinar mínimos: basta encontrar os máximos da função objetiva negativada:  $-f(x)$
- Subida de Encosta com reinício aleatório: Ao encontrar um plateau ou um máximo local não satisfatório. Reinicie o algoritmo a partir de outro ponto inicial.
  - Abordagem: "Se não tiver sucesso na primeira vez, continue tentando."
- Subida de encosta estocástica: seleciona um movimento aleatório com certa probabilidade ao invés de sempre seguir a direção de subida. A probabilidade da seleção pode variar de com o grau de declividade.
  - Por exemplo, quanto menor a declividade maior a probabilidade de selecionar aleatoriamente

# Busca de Têmpera Simulada (Simulated Annealing)

---

Idéia: fuga de máximos locais permitindo-se alguns movimentos “ruins” mas **gradualmente diminuindo-se o tamanho e frequência destes**

```
function SIMULATED-ANNEALING(problem, schedule) returns a solution state
  inputs: problem, a problem
           schedule, a mapping from time to “temperature”
  local variables: current, a node
                   next, a node
                   T, a “temperature” controlling the probability of downward steps

  current ← MAKE-NODE(INITIAL-STATE[problem])
  for t ← 1 to ∞ do
    T ← schedule[t]
    if T=0 then return current
    next ← a randomly selected successor of current
     $\Delta E$  ← VALUE[next] - VALUE[current]
    if  $\Delta E > 0$  then current ← next
    else current ← next only with probability  $e^{\Delta E/T}$ 
```

# Busca de Têmpera Simulada (Simulated Annealing) - 2

---

Observe que  $\Delta E < 0$  para os estados “ruins”.

$T$  diminuiu lentamente o bastante  $\implies$  sempre atinge-se o melhor estado

esta é necessariamente uma garantia interessante??

Inventado por Metropolis em 1953, para modelamento de processos físicos

Extensivamente usado em projetos de VLSI, programação de rotas aéreas, etc.

# Resumo

---

- Buscas de Melhoria Iterativa permitem resolver problemas onde o caminho não é relevante e apenas a configuração final importa
  - Outras possíveis idéias para melhorar busca local:
    - Paralelizar : buscas a partir de diversos pontos simultaneamente
    - Mesclar pontos intermediários que aparentam ser “boas” configurações intermediárias, para criar novas configurações
    - Fazer pequenos desvios aleatórios na configuração...
    - Isso lembra algo?
    - Seleção Natural e algoritmos genéticos
-