CTC – 20
Estruturas Discretas para Computação

Prof. Armando Gouveia

Grafos − Isomorfismo

Definição 1

Sejam G e H dois grafos.

Dizemos que G é isomorfo a H

se existem bijeções $f : VG \rightarrow VH$

$$g : AG \rightarrow AH$$

tais que $\psi_G(a) = \{u, v\} \Rightarrow \psi_H(g(a)) = \{f(u), f(v)\}$

Notação

$$G \approx H$$

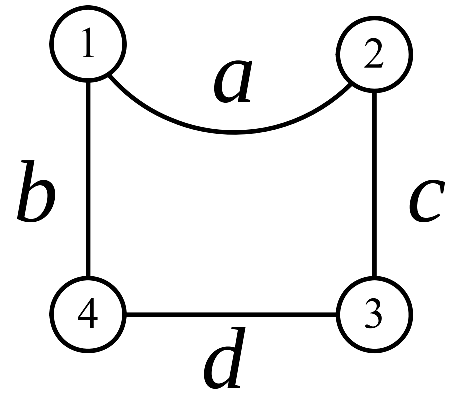
Informalmente

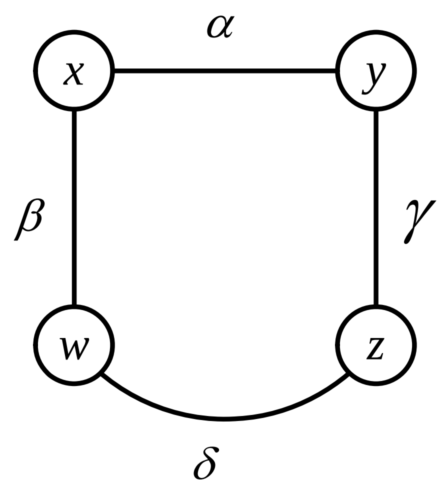
Dois grafos são isomorfos se

há bijeções entre seus vértices e arestas (re-atribuição de "nomes")

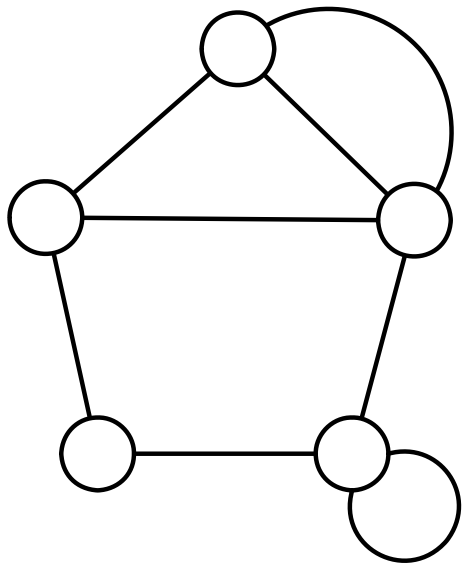
que preserve a lista de adjacências.

Exemplo

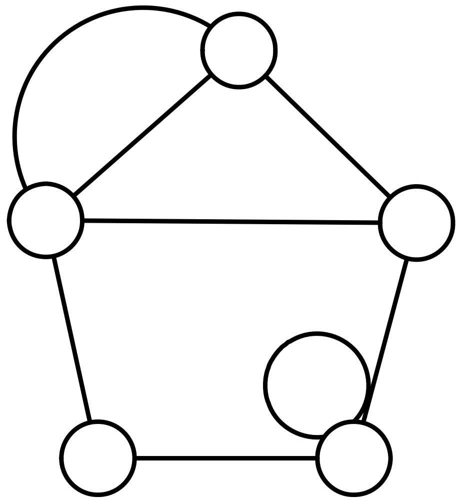




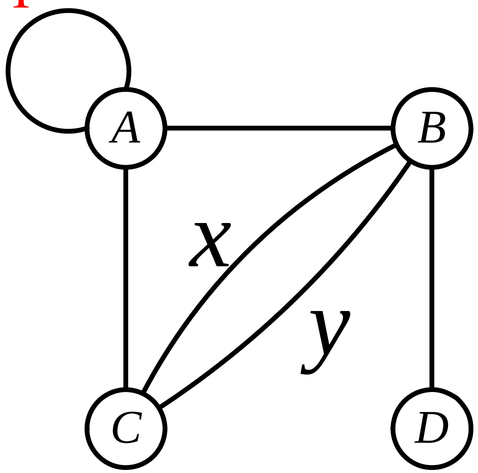
Exemplo

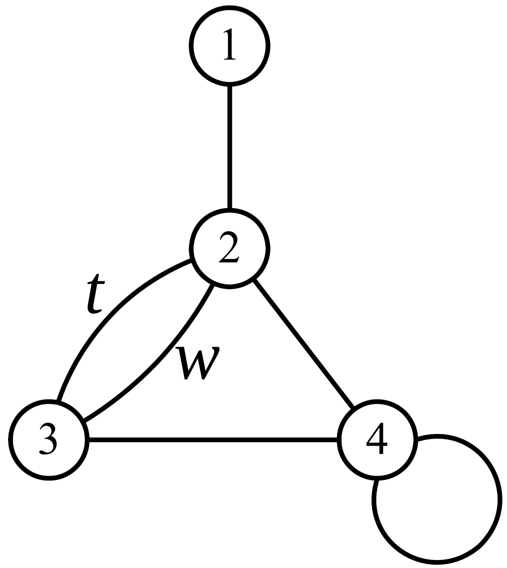


NÃO é isomorfo a



Exemplo





Qual é o isomorfismo?

$$f: \quad A \mapsto 4, \quad B \mapsto 2, \quad C \mapsto 3, \quad D \mapsto 1$$

$$g: \quad AA \mapsto 4 \sim 4, \quad AB \mapsto 4 \sim 2, \quad AC \mapsto 4 \sim 3, \quad x \mapsto t, \quad y \mapsto w, \quad BD \mapsto 2 \sim 1$$

Obs.:

Lembrando, para grafos simples, a notação de arestas

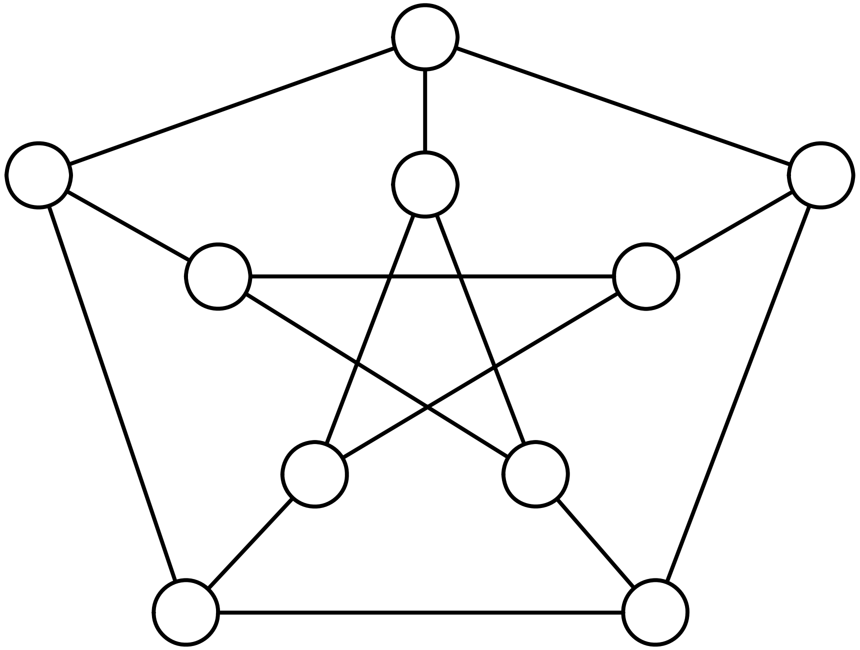
$$a = uv.$$

Nesse caso, para mostrar isomorfismo
não é necessário especificar a bijeção g entre as arestas.
Pode-se colocá-la implícita em uma condição para f.

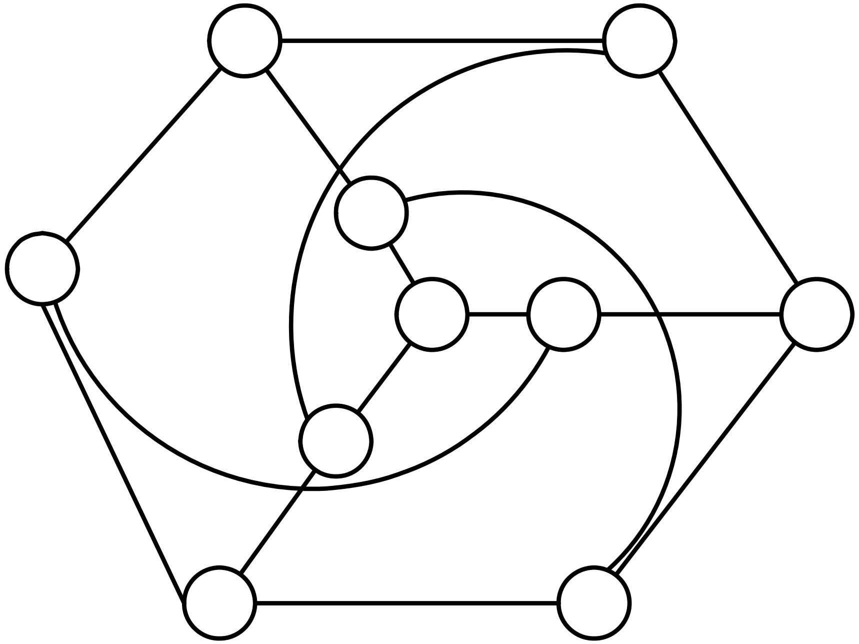
Definição 2

Um isomorfismo entre grafos simples G e H
é uma função bijetora $f : VG \to VH$ tal que
$\forall u, v \in VG, \quad uv \in AG$ sse $f(u)f(v) \in AH$.

Exercício

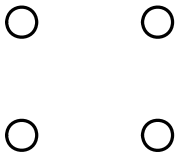


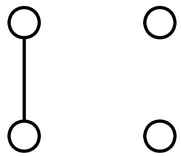
Existe isomorfismo?

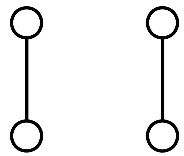


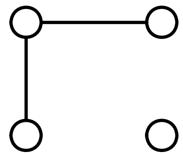
Exercício

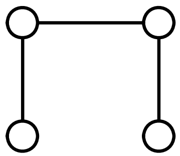
Listar TODOS os grafos simples, não-isomorfos, com 4 vértices.

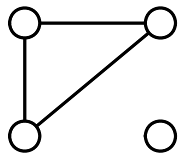
(1) 

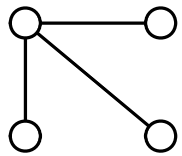
(2) 

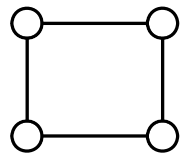
(3) 

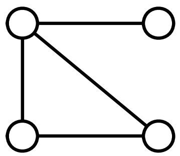
(4) 

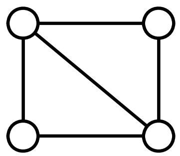
(5) 

(6) 

(7) 

(8) 

(9) 

(10) 

(11)