

CTC – 20

Estruturas Discretas para Computação

Prof. Armando Gouveia

Recordação – Método de Indução Finita

Prove que todos os números da forma $5m^3 + 7m$ (onde m é um número natural) são múltiplos de 6.

Base da indução

Provar que o resultado vale para $m = 0$.

$$5m^3 + 7m = 5 \cdot 0^3 + 7 \cdot 0 = 0 \quad \text{é múltiplo de 6.}$$

Hipótese de indução

Assumir que o resultado vale para $m = k$,

ou seja: $5k^3 + 7k$ é múltiplo de 6.

Recordação – Método de Indução Finita

Passo da indução

Queremos provar que o resultado vale para $m = k+1$.

Isto é: $5(k+1)^3 + 7(k+1)$ é múltiplo de 6?

Demonstração:

$$5(k+1)^3 + 7(k+1) =$$

$$5(k^3 + 3k^2 + 3k + 1) + 7k + 7 =$$

$$5k^3 + 15k^2 + 15k + 5 + 7k + 7 =$$

$$(5k^3 + 7k) + 15k^2 + 15k + 12$$

múltiplo de 6

(Hip. de indução)

múltiplo de 6

Recordação – Método de Indução Finita

Falta provar que $15k^2 + 15k$ é múltiplo de 6. Como fazer?

modo (a): Outra indução finita ☺, agora em k .

modo (b): $15 \cdot k \cdot (k + 1)$

múltiplo de 3

par

produto é múltiplo de 6.

[cq]

Recordação – Método de Indução Finita

Observação 1

Indução: provou que afirmação vale para $m = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

Observação 2

Se quisermos provar que também vale para os m negativos?

modo (a): Outra indução finita, mas o “passo” seria para $m = k - 1$.

modo (b): Se $5k^3 + 7k$ é múltiplo de 6,

$$\text{então } 5(-k)^3 + 7(-k) =$$

$$-5k^3 - 7k =$$

$$-(5k^3 + 7k) \quad \text{é múltiplo de 6.}$$

Isto é, se vale para $m = k$, também vale para $m = -k$.