

CCI-36 – Computação Gráfica

Viewing

Instituto Tecnológico de Aeronáutica

Prof. Carlos Henrique Q. Forster – Sala 121 IEC

forster@ita.br

Tópicos da aula

- Definição do modelo da câmera e direção “look-at”
- Volume de visualização (frustum)
- Backface culling, Z-buffer
- Calibração de câmera

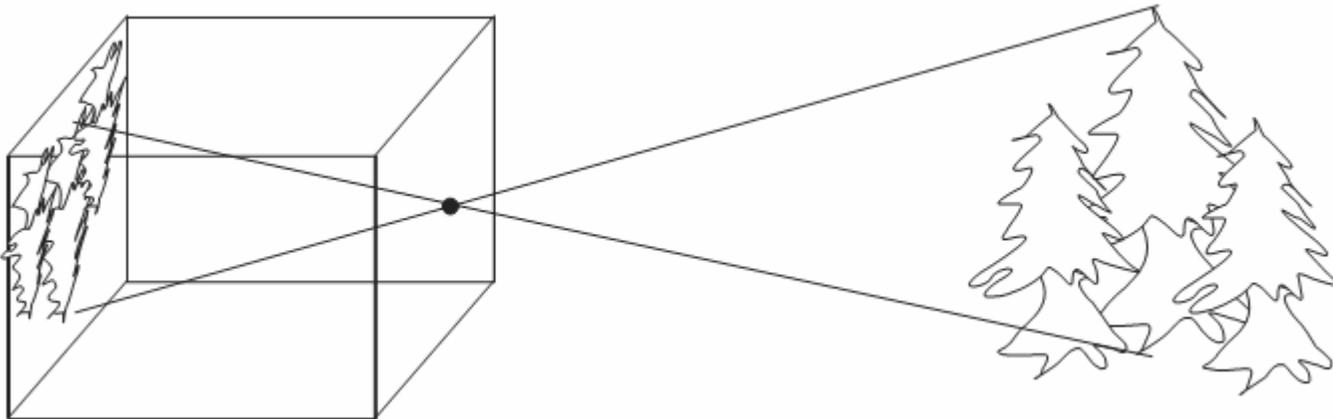
Livro para acompanhar essa aula

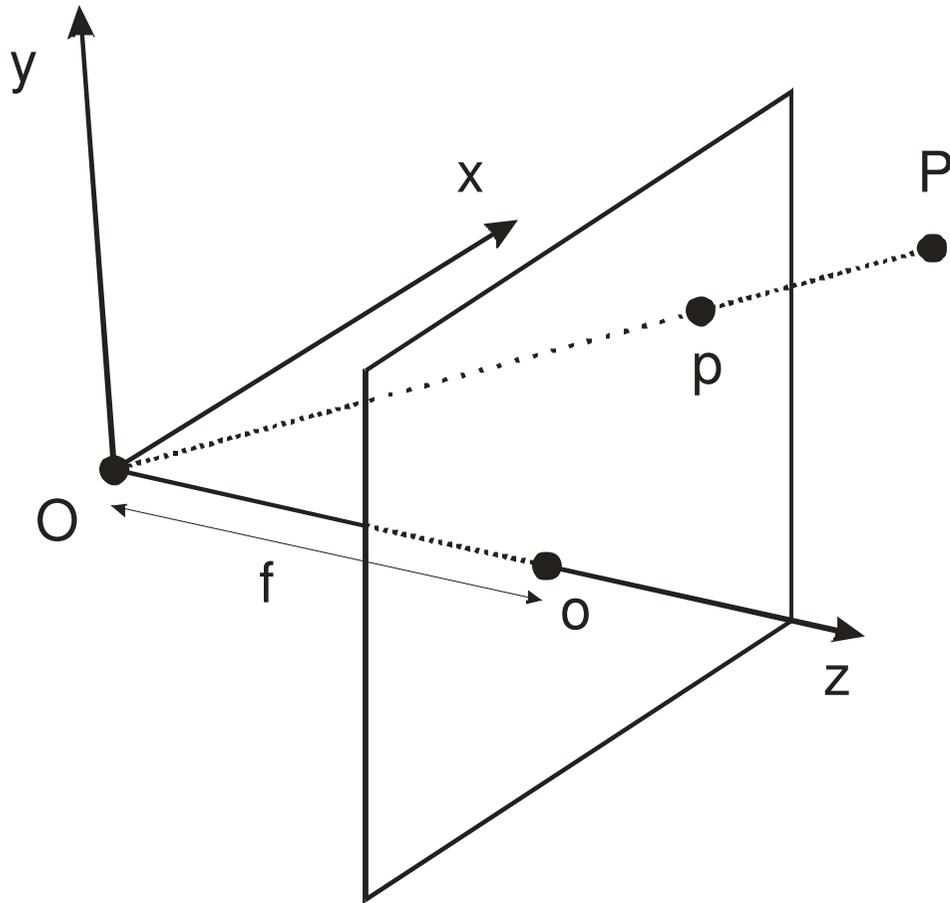
Foley

Trucco e Verri – Capítulo 6

Modelo de câmera de orifício

Câmera com projeção perspectiva





$$x = \frac{f}{Z} X \quad e \quad y = \frac{f}{Z} Y$$

Centro ou foco de projeção

Distância focal

Plano imagem

Eixo óptico

Ponto principal

Modelo de lente fina

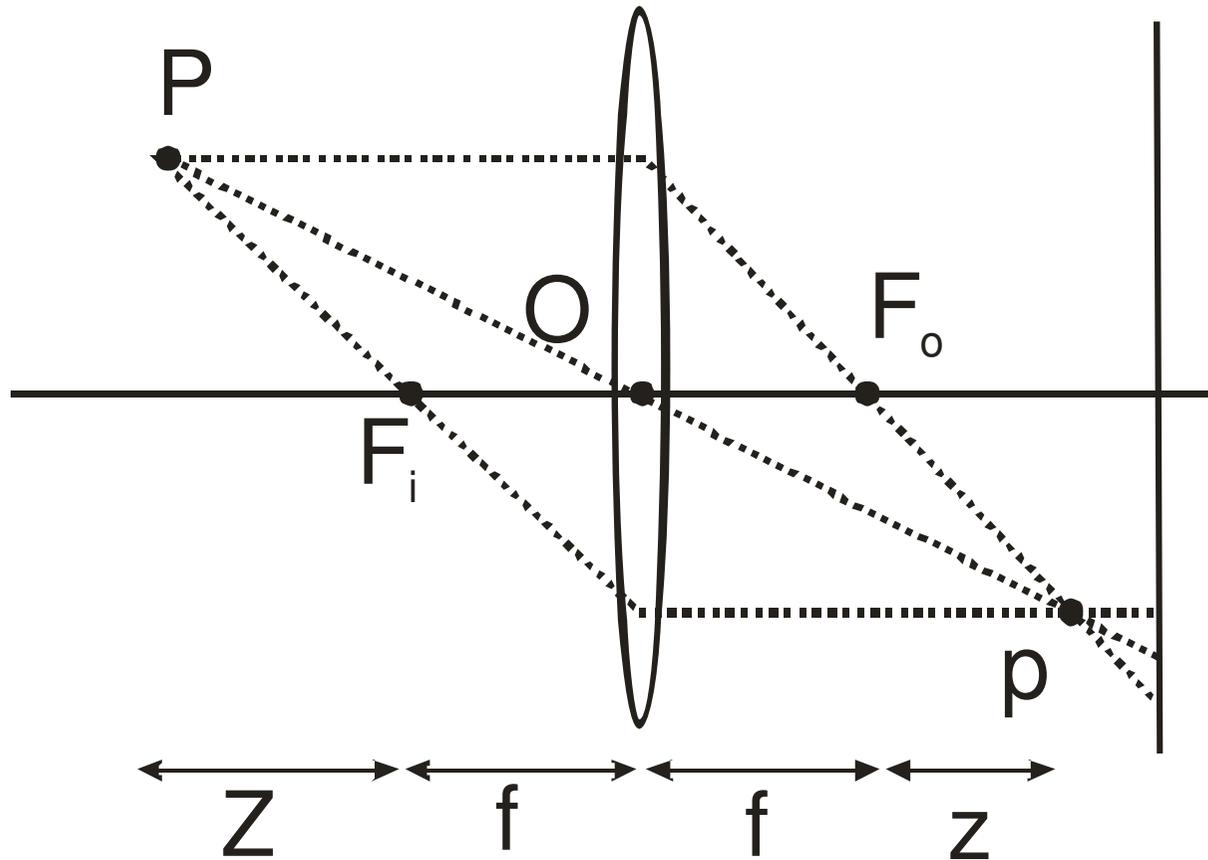
O modelo de câmera de orifício considera um furo mínimo sem dimensões.

Não modela adequadamente a radiometria da formação da imagem. Por exemplo, considerando o comprimento de onda da luz, para o qual é necessária uma abertura de tamanho finito.

Regras para raios em lentes finas:

- Todo raio que passa pelo foco, sai paralelo ao eixo óptico.
- Todo raio que incide paralelo ao eixo óptico, sai passando pelo foco.
- Todo raio que passa pelo centro da lente, sai não defletido.

A imagem de um ponto não focado corretamente resulta em uma região.



$$\frac{1}{Z + f} + \frac{1}{z + f} = \frac{1}{f} \text{ equação fundamental de lentes finas}$$

Definição de uma matriz de rotação pela direção dos eixos.

Basta determinar uma base ortonormal.

Vetor VPN (view plane normal – aponta para um objeto)

Vetor VUP (view up vector – aponta para cima)

Queremos que eixo z aponte para o objeto

Normalizar VPN (unitário).

Produto vetorial $VX = VUP \times VPN$, normalizar VX.

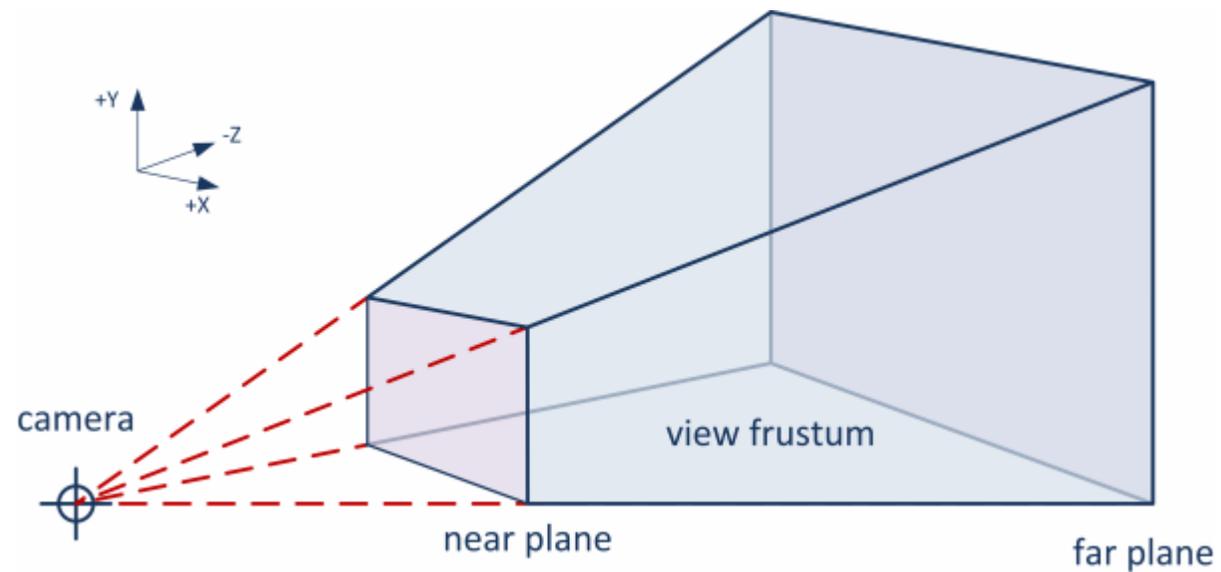
Produto vetorial $VY = VPN \times VX$

Preencher a matriz que leva o eixo z para VPN, o eixo x para VX e o y para VY:

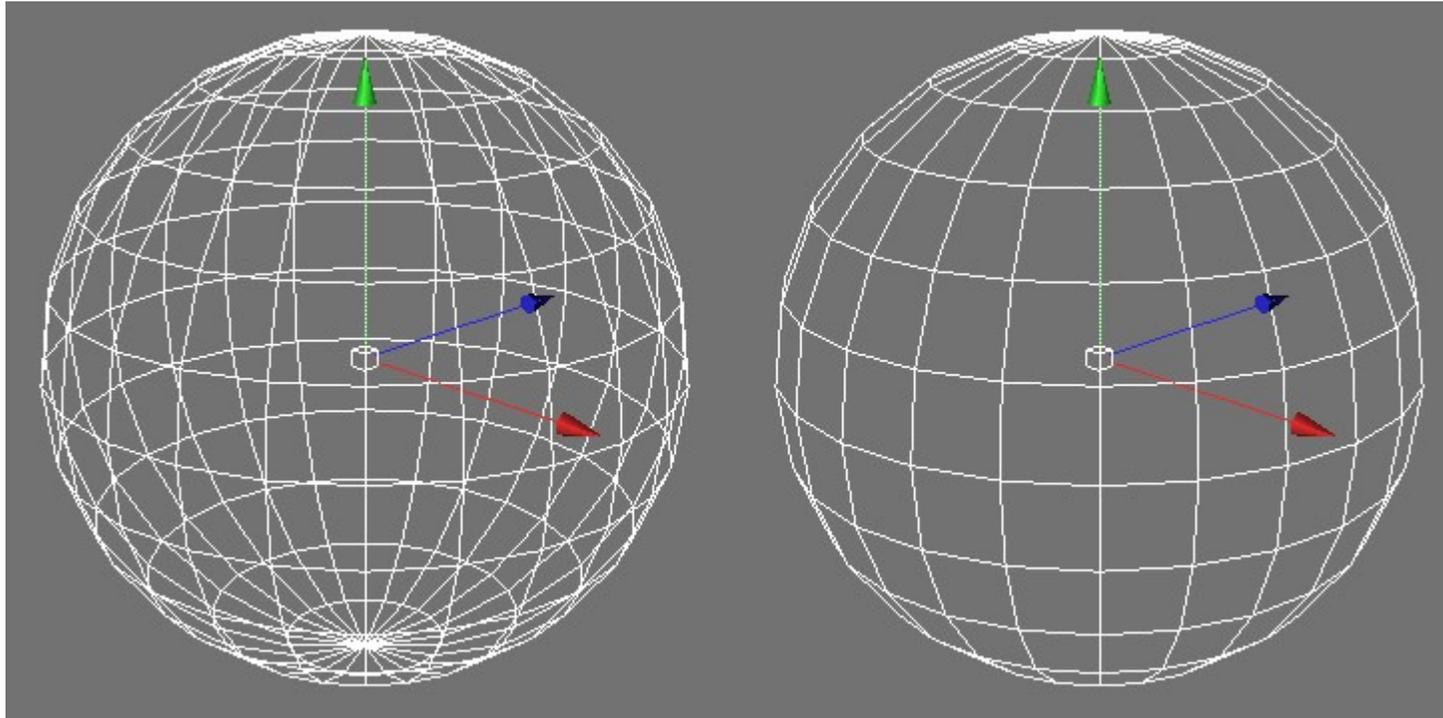
$$R = [VX|VY|VPN]$$

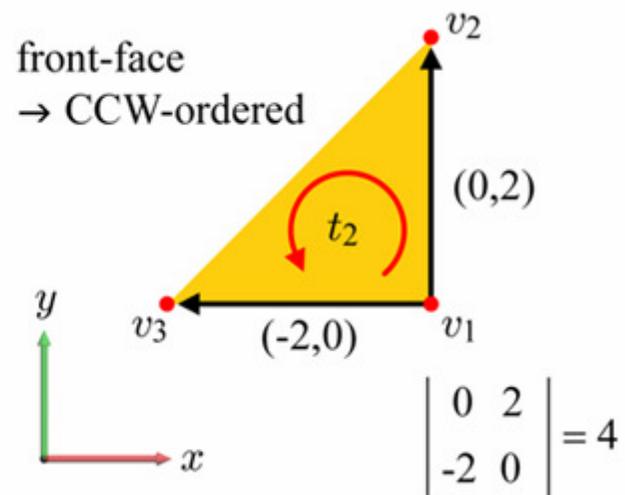
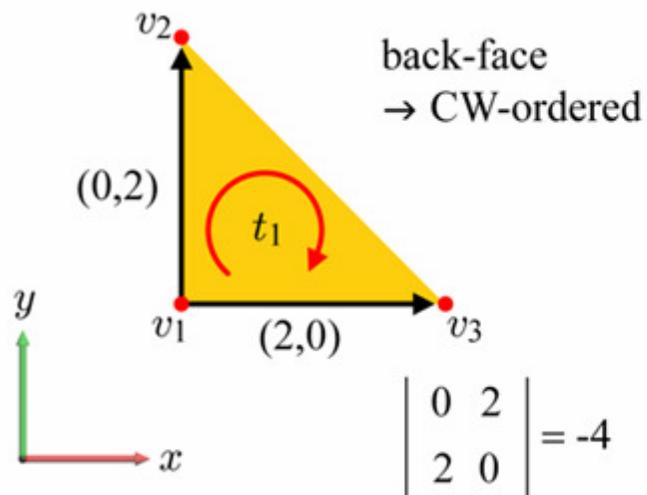
Culling

View Frustum

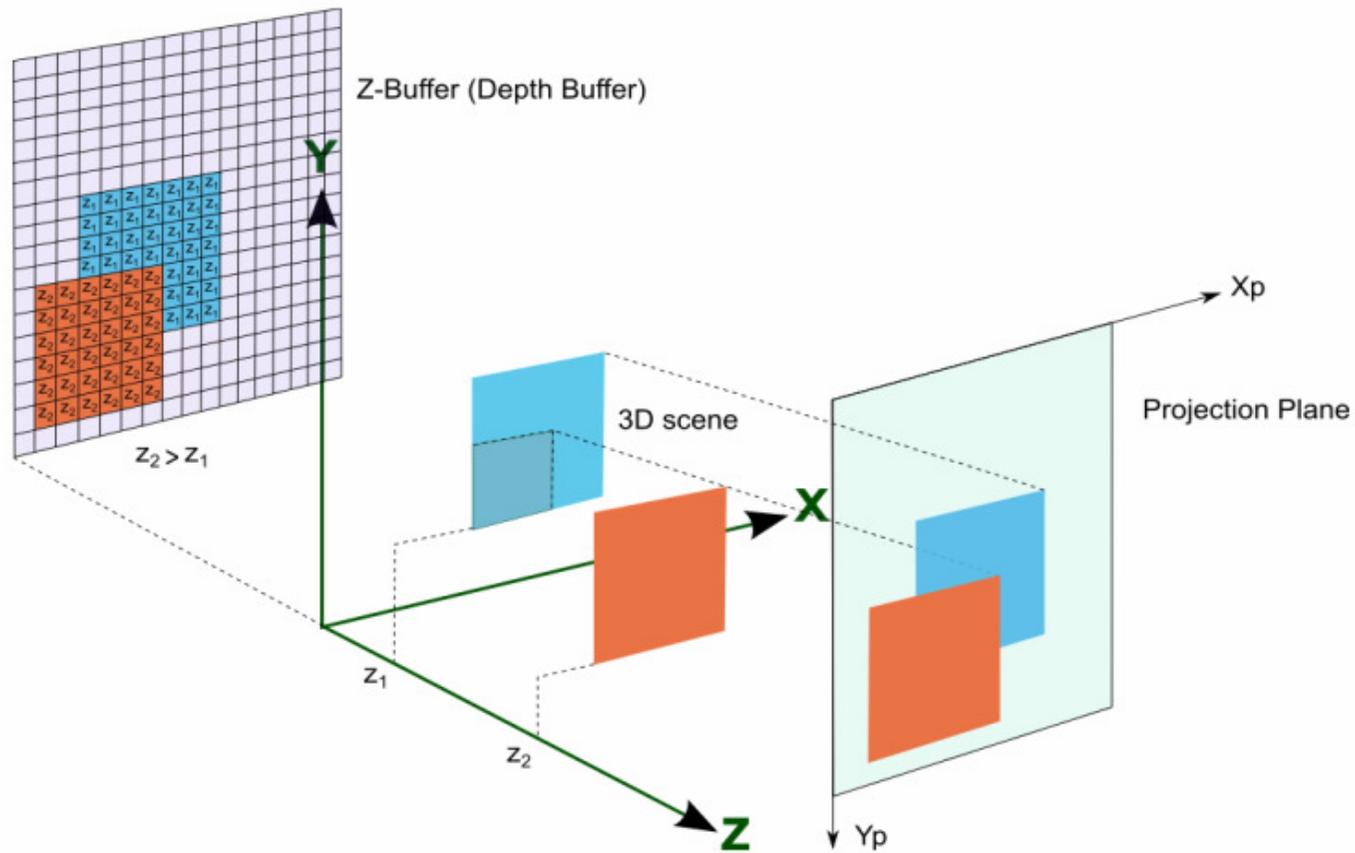


Backface culling

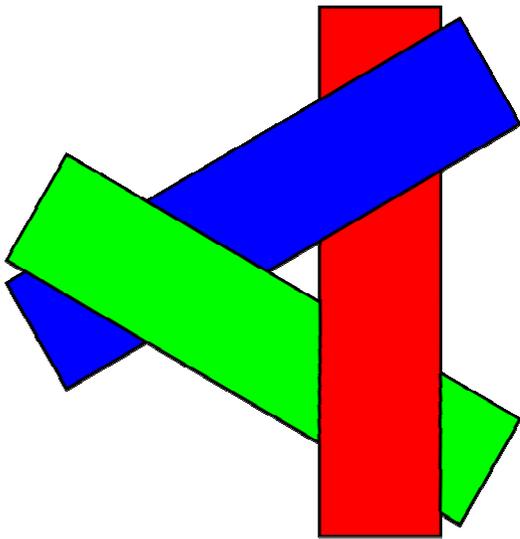
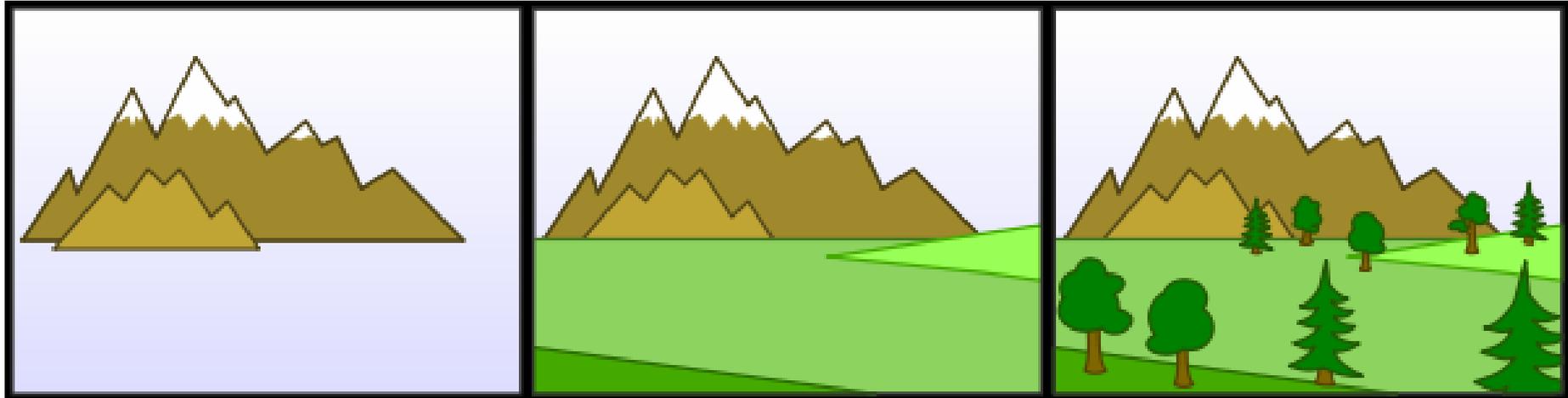




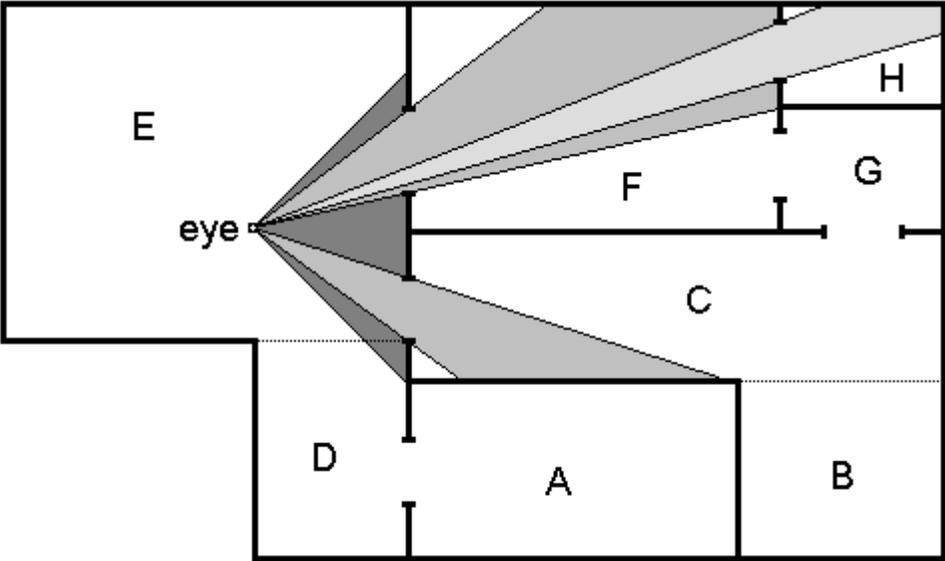
Z-buffer



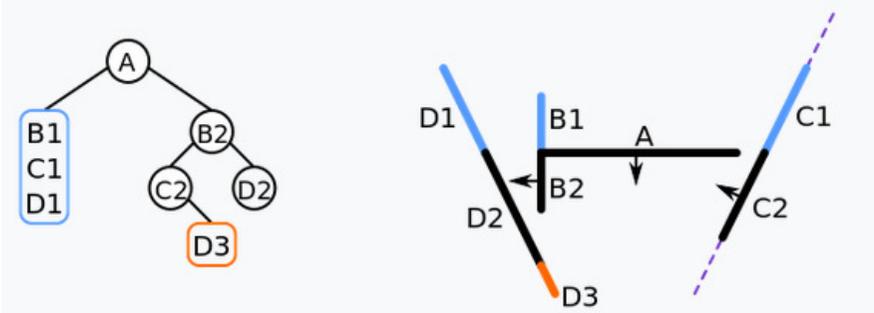
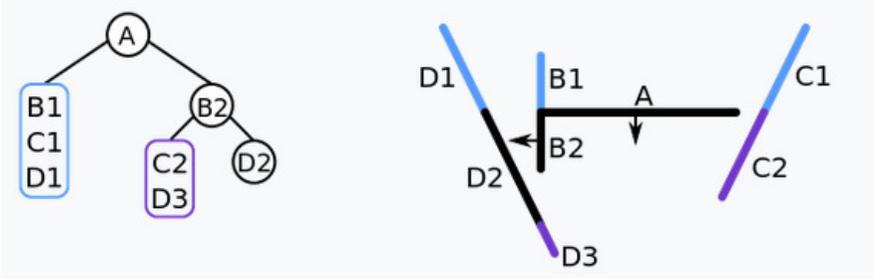
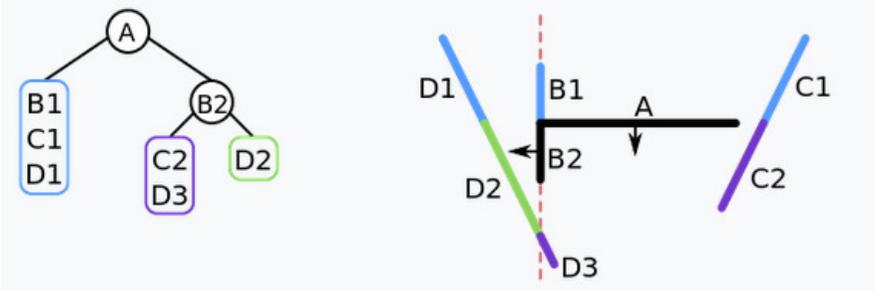
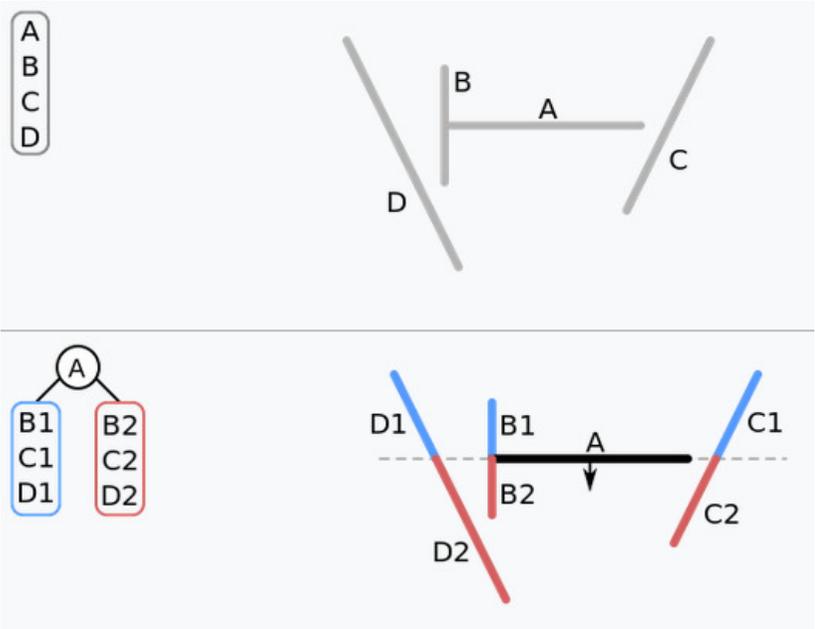
Algoritmo do Pintor

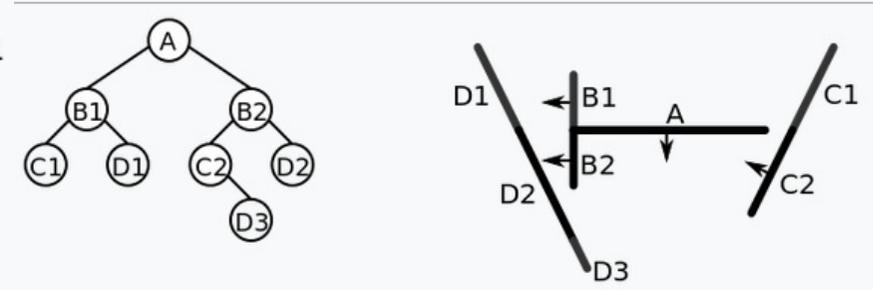
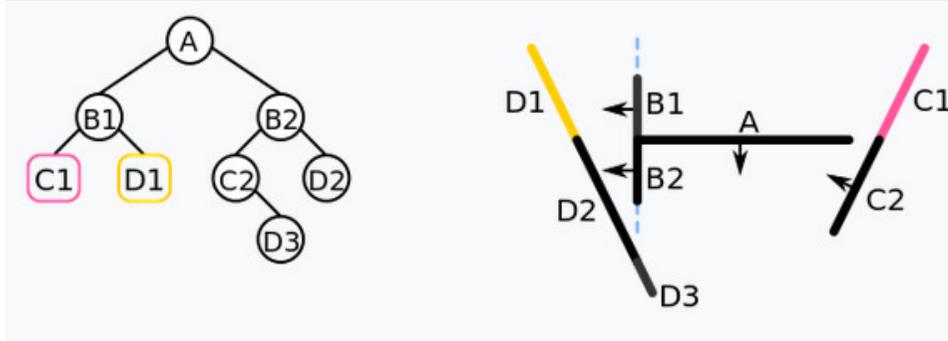
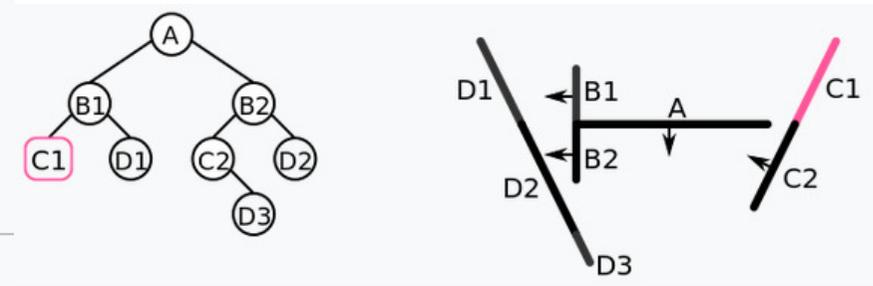
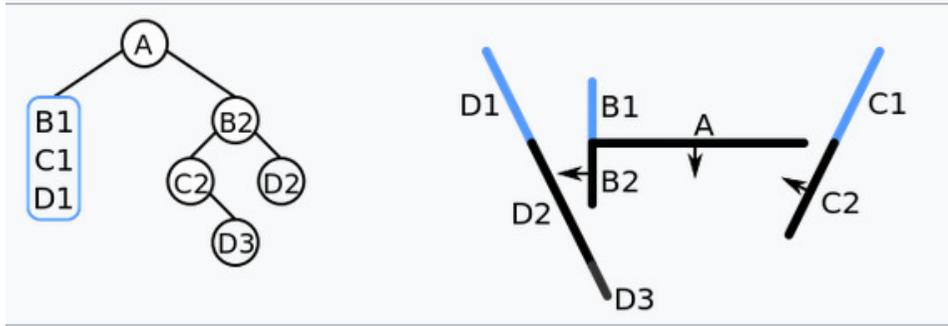
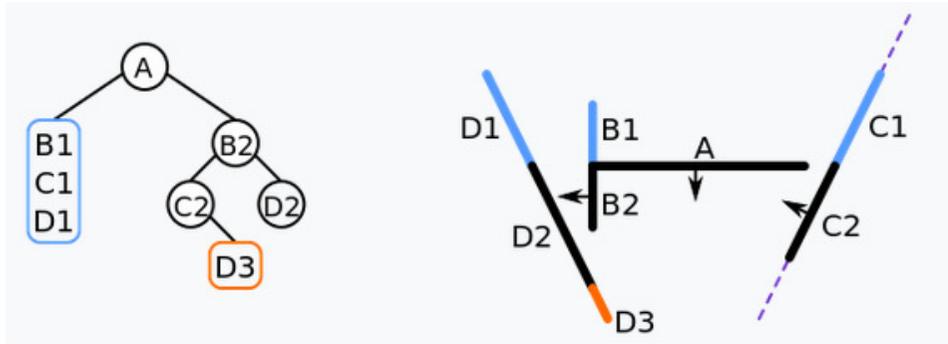


Portal culling



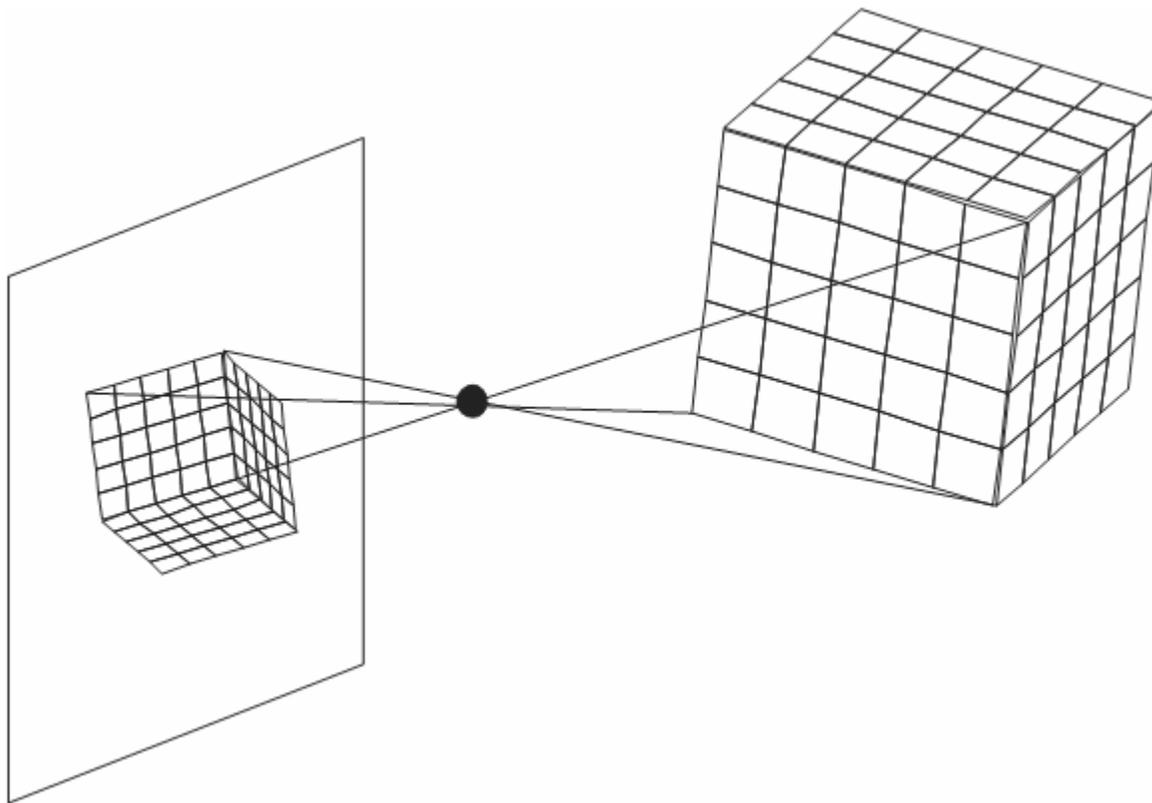
Binary Space Partitioning (BSP) Trees





Calibração de câmera

Determinar os parâmetros da câmera, baseado em objetos com pontos de coordenadas conhecidas e associação desses pontos com pontos da imagem.



Estimação direta da matriz de projeção

$$\begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} X_i^w \\ Y_i^w \\ Z_i^w \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$x_i = \frac{u_i}{w_i} = \frac{m_{11}X_i + m_{12}Y_i + m_{13}Z_i + m_{14}}{m_{31}X_i + m_{32}Y_i + m_{33}Z_i + m_{34}}$$

$$y_i = \frac{v_i}{w_i} = \frac{m_{21}X_i + m_{22}Y_i + m_{23}Z_i + m_{24}}{m_{31}X_i + m_{32}Y_i + m_{33}Z_i + m_{34}}$$

$$m_{11}X_i + m_{12}Y_i + m_{13}Z_i + m_{14} - m_{31}x_iX_i - m_{32}x_iY_i - m_{33}x_iZ_i - m_{34}x_i = 0$$

Constrói-se um sistema linear homogêneo $A\mathbf{m} = \mathbf{0}$, onde

$m = [m_{11} \ m_{12} \ m_{13} \ m_{14} \ m_{21} \ m_{22} \ m_{23} \ m_{24} \ m_{31} \ m_{32} \ m_{33} \ m_{34}]^T$ representa os parâmetros a serem determinados da matriz de projeção e a matriz A é dada por

$$A = \begin{bmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x_1 X_1 & -x_1 Y_1 & -x_1 Z_1 & -x_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & -y_1 X_1 & -y_1 Y_1 & -y_1 Z_1 & -y_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x_2 X_2 & -x_2 Y_2 & -x_2 Z_2 & -x_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_2 & Y_2 & Z_2 & 1 & -y_2 X_2 & -y_2 Y_2 & -y_2 Z_2 & -y_2 \\ \vdots & & & & & & & & & & & \end{bmatrix}$$

Para cada associação de um ponto da imagem com um ponto de coordenadas conhecidas no espaço, obtenho 2 equações. Há 12 incógnitas, mas como o sistema é homogêneo o rank máximo de A é 11.

Primeira forma de solução do sistema

Fazemos $m_{34} = 1$ porque qualquer múltiplo da solução não-trivial é também solução.

O sistema resultante é

$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x_1 X_1 & -x_1 Y_1 & -x_1 Z_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & -y_1 X_1 & -y_1 Y_1 & -y_1 Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x_2 X_2 & -x_2 Y_2 & -x_2 Z_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_2 & Y_2 & Z_2 & 1 & -y_2 X_2 & -y_2 Y_2 & -y_2 Z_2 \\ \vdots & & & & & & & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{12} \\ \vdots \\ m_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Para 11 equações obtidas de 6 associações de pontos (para configurações não degeneradas) a solução é única.

Para mais equações, resolver utilizando a pseudo-inversa (mínimos quadrados).

Segunda forma de solução

Encontrar o espaço nulo da matriz A.

Qualquer matriz M resultante de vetor m pertencente ao espaço nulo de A satisfaz o sistema de equações.

Idealmente, se a configuração não for degenerada, o espaço nulo terá apenas uma dimensão livre que corresponde aos múltiplos de M.

Para encontrar o espaço nulo de A, decompô-la em valores singulares (SVD):

$$A = UDV^T$$

Obter m da coluna de V correspondente ao menor valor singular de A. (Muitos sistemas já ordenam os valores singulares).

Parâmetros da câmera a partir da matriz de projeção

$$M = \begin{bmatrix} -f_x & 0 & o_x \\ 0 & -f_y & o_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & T_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & T_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & T_z \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} -f_x r_{11} + o_x r_{31} & -f_x r_{12} + o_x r_{32} & -f_x r_{13} + o_x r_{33} & -f_x T_x + o_x T_z \\ -f_y r_{21} + o_y r_{31} & -f_y r_{22} + o_y r_{32} & -f_y r_{23} + o_y r_{33} & -f_y T_y + o_y T_z \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & T_z \end{bmatrix}$$

Onde

$$f_x = f / s_x$$

$$f_y = f / s_y$$

$$q_1 = \begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{12} \\ m_{13} \end{bmatrix}, q_2 = \begin{bmatrix} m_{21} \\ m_{22} \\ m_{23} \end{bmatrix}, q_3 = \begin{bmatrix} m_{31} \\ m_{32} \\ m_{33} \end{bmatrix}, q_4 = \begin{bmatrix} m_{14} \\ m_{24} \\ m_{34} \end{bmatrix}$$

Determinar fator de escala γ

$$\sqrt{m_{31}^2 + m_{32}^2 + m_{33}^2} = |\gamma| \sqrt{r_{31}^2 + r_{32}^2 + r_{33}^2} = |\gamma|$$

Dividir todos elementos m_{ij} por $|\gamma|$.

Obtendo da última linha da matriz M:

$$T_z = \pm m_{34}$$

$$r_{31} = \pm m_{31}, r_{32} = \pm m_{32}, r_{33} = \pm m_{33},$$

Obtenção do ponto principal da imagem

$$q_1 = \begin{bmatrix} -f_x r_{11} + o_x r_{31} \\ -f_x r_{12} + o_x r_{32} \\ -f_x r_{13} + o_x r_{33} \end{bmatrix}, q_3 = \begin{bmatrix} r_{31} \\ r_{32} \\ r_{33} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} q_1^T q_3 &= -f_x r_{11} r_{31} + o_x r_{31}^2 - f_x r_{12} r_{32} + o_x r_{32}^2 - f_x r_{13} r_{33} + o_x r_{33}^2 = \\ &= -f_x (r_{11} r_{31} + r_{12} r_{32} + r_{13} r_{33}) + o_x (r_{31}^2 + r_{32}^2 + r_{33}^2) = o_x \end{aligned}$$

$$o_y = q_2^T q_3$$

Obtenção da distância focal em pixels

$$q_1 = \begin{bmatrix} -f_x r_{11} + o_x r_{31} \\ -f_x r_{12} + o_x r_{32} \\ -f_x r_{13} + o_x r_{33} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} q_1^T q_1 &= f_x^2 (r_{11}^2 + r_{12}^2 + r_{13}^2) + o_x^2 (r_{31}^2 + r_{32}^2 + r_{33}^2) - 2f_x o_x (r_{11} r_{31} + r_{12} r_{32} + r_{13} r_{33}) \\ &= f_x^2 + o_x^2 \end{aligned}$$

$$f_x = \sqrt{q_1^T q_1 - o_x^2}$$

$$f_y = \sqrt{q_2^T q_2 - o_y^2}$$

Obtenção do restante dos parâmetros.

$$\begin{aligned}r_{11} &= \pm (o_x m_{31} - m_{11}) / f_x, & r_{12} &= \pm (o_x m_{32} - m_{12}) / f_x, & r_{13} &= \pm (o_x m_{33} - m_{13}) / f_x, \\r_{21} &= \pm (o_y m_{31} - m_{21}) / f_y, & r_{22} &= \pm (o_y m_{32} - m_{22}) / f_y, & r_{23} &= \pm (o_y m_{33} - m_{23}) / f_y, \\T_x &= \pm (o_x T_z - m_{14}) / f_x, \\T_y &= \pm (o_y T_z - m_{24}) / f_y\end{aligned}$$

Estimando o centro da imagem

Seja T o triângulo no plano-imagem definido pelos pontos de fuga de três conjuntos mutuamente ortogonais de retas paralelas no espaço. O centro da imagem é o ortocentro de T.

