

Prazo para relatório 24/03/2011

---

1. Implementar o seguinte algoritmo

```
Ler a
x ← 1
Repetir n vezes
    x ← (x + a/x)*1/2
Escrever x
```

O que calcula esse algoritmo? (Teste com alguns valores de  $a$ ).

Se inicializar com  $x=-2$  ao invés de  $x = 1$  qual será o resultado para  $a= 9$ ?

Para  $a= 9$  quantas repetições são necessárias para obter o resultado com 4 dígitos corretos?

Qual uma condição de parada que seria melhor para não realizar cálculos desnecessários e nem insuficientes?

---

2. Escrever código para obter aproximação da exponencial de  $x$

$$\text{exptaylor}(x) = \sum_{i=0}^n \frac{x^i}{i!}$$

Plotar um gráfico do valor de  $\text{exptaylor}(10)$  em função de  $n=1$  até 200 (ou até onde puder)

Plotar um gráfico do desvio em função de  $n$ .

Refazer o algoritmo da soma utilizando multiplicação incremental por  $\frac{x}{i}$ .

Interpretar os gráficos obtidos.

---

3. Escrever código para obter aproximação do logaritmo neperiano de  $x$ .

$$\ln(w+1) = w - \frac{w^2}{2} + \frac{w^3}{3} - \frac{w^4}{4} + \dots$$

Por que é necessária a mudança de variável  $w = x - 1$ ?

Plotar o gráfico do desvio em função de  $n$  (número de parcelas) para  $\ln(1.5)$ .

Qual a diferença para o gráfico do problema anterior?

Para quais valores de  $x$  é possível se obter uma boa aproximação?

---

#### 4. Obter o epsilon da máquina

```
ep <- 1
Repetir
    epsilon<- ep
    ep<- 0.5 * ep
Até que (ep + 1) == 1
Escreve epsilon
```

Qual o seu significado?

Compare com o epsilon dado pelo Matlab.

---

#### 5. Série de Taylor de matrizes

Dada uma matriz A, computar a seguinte série:

$$K = I - A$$

$$S = I + K + K^2 + K^3 + K^4 + \dots$$

Qual o significado da matriz S dada a matriz A?

Quando essa série pode convergir? Observe os autovalores de K (eig(K)).

---

#### 6. Número de condição da matriz de Hilbert

$$H_{ij}^{(n)} = \frac{1}{i+j-1}$$

Plotar o número de condição (cond) de H em função de n (tamanho da matriz).

---

#### 7. Resolva o sistema homogêneo

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Qual é o posto (rank) do sistema? Qual a dimensão do espaço nulo?

Obtenha os vetores que formam o espaço nulo do sistema (função null).

Verifique se os vetores obtidos são ortogonais.

Multiplique a matriz dos coeficientes pelos vetores do espaço nulo.

Resolva o sistema considerando  $(x_3=0 \text{ e } x_4=1)$  e  $(x_3=1 \text{ e } x_4=0)$ , obtendo uma base vetorial para o espaço nulo do sistema.

---

8. Ainda considerando o sistema

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Seja  $M$  a matriz dos coeficientes, implemente o seguinte algoritmo

```
k=[1; 1; 1; 1]
```

```
Repetir até k convergir (i.e. variar muito pouco)
```

```
p=M*k;
```

```
k=p/norm(p);
```

Qual o significado do vetor  $k$  obtido? Verifique  $M*k$ .

---

9. Plote no MATLAB os gráficos dos seguintes sistemas e diga se há ou não solução.

Plote utilizando estilos de linhas que permitam ver a sobreposição.

Obtenha o posto e o número de condição de cada sistema.

$$2x+3y=5$$

$$4x+6y=10$$

$$2x+3y=5$$

$$4x+6y=7$$

$$2x-3y=1$$

$$4x+6y=2$$

$$1.001x+y=1$$

$$x+y=1.002$$

Consideremos uma variação deste último sistema multiplicando ambos os lados

por uma matriz de rotação  $\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ , onde o ângulo é tal que a reta

correspondente à segunda equação fique horizontal. Obtenha o ângulo utilizando a função  $\text{atan}(t)$ . Construa o novo sistema e plote suas retas.

Qual é o determinante da matriz de rotação?

---

10. Considere a seguinte função que mapeia números complexos em matrizes:

$$\varphi: (a, b) \rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix}$$

Como se representariam os números  $1$ ,  $0$ ,  $i$  e  $-i$ ?

A soma das matrizes seria equivalente à soma dos números complexos?

E o produto de matrizes?

Procure saber o que é homomorfismo e isomorfismo e explique no contexto deste exercício.