

# Utilização de uma rede neural LSTM e testes da razão da variância para previsões em séries de ativos da Bovespa

Caio Mário Mesquita, Renato Oliveira, Adriano César Machado Pereira

*Departamento de Ciência da Computação (DCC)*

*Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)*

Belo Horizonte, Brasil

caioboninho@gmail.com

7renato@outlook.com

adrianoc@dcc.ufmg.br

**Resumo**—A previsão de séries financeiras é um problema estudado por pesquisadores de diferentes áreas que buscam formas efetivas de obter ganhos financeiros. Ao longo do tempo, muitos estudos já foram realizados em relação a possível previsibilidade nas séries por meio de diferentes testes estatísticos, e recentemente estão surgindo vários trabalhos que exploram a aplicação de algoritmos de aprendizado de máquina com o objetivo de ter melhores previsões. Este trabalho realizou um estudo de dados reais de 10 séries temporais referentes a ativos da Bovespa, com o objetivo de analisar as características das séries e utilizar uma rede neural LSTM para predição de valores futuros. Foram analisados os resultados de 5 diferentes testes de razão da variância nas séries e sua relação com o desempenho da classificação da rede neural. O trabalho propõe a aplicação dos testes estatísticos no conjunto de treinamento da rede com intuito de destacar previamente as séries que possuirão melhor desempenho de acordo com os resultados encontrados. Os resultados do trabalho demonstraram que 4 das 10 ações rejeitaram a hipótese de passeio aleatório por meio dos testes da razão da variância, e que as mesmas ações obtiveram os melhores resultados em termos de classificação.

**Index Terms**—Mercado Financeiro, Aprendizado de Máquina, Rede Neural LSTM, Teste da Razão da Variância

## I. INTRODUÇÃO

O mercado financeiro está intrinsecamente relacionado com a economia de um país. O mesmo é responsável por movimentar uma quantidade enorme de dinheiro diariamente. Muitos economistas, investidores, pesquisadores e acadêmicos estudam o mercado a fim de compreender seu comportamento na tentativa de conseguir uma previsão razoável dos ativos financeiros. Este problema tem sido estudado há mais de um século [1] e entender como os ativos do mercado financeiro se comportam e variam é um desafio.

Ao longo dos anos diferentes testes estatísticos foram desenvolvidos com o objetivo de testar a hipótese de que as séries financeiras seguem um passeio aleatório. Mostrar que as séries não seguem um passeio aleatório é uma evidência

de que pode haver uma dependência temporal nas mesmas e justifica a utilização de alguma estratégia de predição. Um dos testes que se destacou neste contexto foi o da razão da variância, originalmente proposto no trabalho de [4]. Em seguida, outros testes baseados no mesmo conceito foram desenvolvidos, podendo citar os trabalhos de [16], [17], [18]. Vários trabalhos foram feitos buscando confrontar a hipótese de passeio aleatório (HPA) nas séries financeiras por meio destes testes, como por exemplos os trabalhos [20] e [21] no mercado asiático.

Com a tendência de informatização dos processos, hoje é possível para um investidor operar instantaneamente no mercado. O avanço do poder computacional e das tecnologias de armazenamento de dados tornou viável a análise histórica dos dados de ações. Assim, atualmente um investidor consegue planejar uma estratégia de investimento tomando como base dados históricos. Naturalmente surgem métodos computacionais cada vez mais complexos buscando extrair padrões nos dados. Muitos modelos de aprendizado de máquina têm sido elaborados recentemente com o intuito de capturar o comportamento das ações do mercado. Pode-se citar um considerável número de trabalhos que utilizam a rede *Long Short-Term Memory* (LSTM) com o objetivo de prever tendências nos preços das séries financeiras. Em [7] e [8] os autores utilizaram dados de preço e também indicadores técnicos para previsão de valores futuros. Os autores de [9] e [10] utilizaram redes neurais recorrentes para prever preços futuros no mercado indiano, obtendo resultados melhores que os *baselines* escolhidos.

No trabalho de [11] os autores utilizaram 10 atributos de entrada na rede para previsão dos retornos do mercado chinês. A utilização da rede neural demonstrou aumentos na acurácia de 14,3% a 27,2% ao se comparar com um predictor aleatório. No trabalho de [12] os autores utilizaram uma função de peso temporal de acordo com a proximidade com o dado a ser previsto combinando com uma rede LSTM. Os mesmos afirmam ter alcançado uma acurácia de 83.91% ao utilizar os dados do índice CSI 300. O índice CSI 300 também

Gostaríamos de agradecer ao apoio financeiro recebido pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), CNPq e FAPEMIG para realização deste trabalho.

foi utilizado como base de dados no trabalho de [13] em que os autores utilizaram uma rede LSTM em dados de alta frequência e encontraram resultados melhores que previsores aleatórios.

Já os autores de [14] utilizaram uma combinação de redes LSTM com o algoritmo *k-means* encontrando resultados melhores que a rede individualmente. O algoritmo de agrupamento foi utilizado com o intuito de dividir a série temporal em sub-sequências e utilizar essas novas sequências como entradas nas redes. Em [15] os autores compararam diferentes tipos de arquiteturas de redes neurais recorrentes utilizando dados históricos do mercado de Sri Lanka. Foram utilizados como entradas nas redes os valores do preço de fechamento, máximo e mínimo diários das séries escolhidas. Os autores afirmam que a rede LSTM foi uma das que obteve menor erro comparada às demais.

O objetivo deste trabalho é aplicar uma rede neural LSTM para previsão das séries financeiras da Bovespa e analisar a relação entre o desempenho da previsão com os resultados de diferentes testes da razão da variância nas séries. A hipótese levantada no trabalho sugere que seja possível previamente selecionar algumas séries por meio destes testes estatísticos para aplicar o algoritmo de aprendizagem e obter resultados melhores do que em séries que não rejeitem a HPA. A questão a ser investigada é que se a série referente ao conjunto de treinamento para o algoritmo de aprendizado de máquina rejeitar a HPA, então a chance de se obter melhores resultados é maior.

O restante deste artigo esta organizado da seguinte forma: a Seção 2 apresenta a fundamentação teórica do trabalho abordando o teste da razão da variância e a rede neural LSTM. Em seguida é apresentada a metodologia adotada no trabalho na Seção 3. A Seção 4 apresenta os experimentos realizados e os resultados encontrados. Por fim, a seção 5 descreve as conclusões e sugere os trabalhos futuros a serem seguidos.

## II. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Esta Seção apresenta as técnicas utilizadas para o desenvolvimento do trabalho. A fundamentação é baseada em duas partes: análise de uma possível dependência temporal nas séries por meio de testes da razão da variância, e a utilização de uma rede neural LSTM para previsão dessas séries.

### A. Teste da razão da variância

As comparações entre a variância dos retornos de um período com multi períodos é utilizada para testar a HPA. Vários testes tentam explorar quaisquer divergências desta previsão, sendo um dos mais famosos o teste da razão da variância proposto por [4]. Seguindo o mesmo desenvolvimento de [19], a intuição por trás do teste é descrita a seguir.

Supondo que o processo gerador de retornos é estacionário com a variância de um período  $V(1) = var(r_t)$ . O retorno de dois períodos é a soma dos períodos consecutivos e sua variância é igual a:

$$V(2) = var(r_t + r_{t+1}) = var(r_t) + var(r_{t+1}) + 2cov(r_t, r_{t+1}) = (2 + 2\rho_1)V(1), \quad (1)$$

com  $\rho_1$  sendo o primeiro *lag* da autocorrelação de um período da série. A razão dos dois períodos é então definida como:

$$VR(2) = \frac{V(2)}{2V(1)} = 1 + \rho_1. \quad (2)$$

O termo da autocorrelação é zero quando HPA se aplica e então a razão da variância é igual a 1. Caso contrário, a hipótese de HPA é falsa e a razão pode ser tanto maior ou menor do que 1.

Considerando um período de N retornos, sendo N um inteiro maior ou igual a 2. Quando a hipótese de HPA é verdadeira,

$$V(N) = var(r_t + r_{t+1} + \dots + r_{t+N-1}) = var(r_t) + var(r_{t+1}) + \dots + var(r_{t+N-1}) = NV(1) \quad (3)$$

e assim a variância é 1 para todo N:

$$VR(N) = \frac{V(N)}{NV(1)} = 1. \quad (4)$$

Quando a hipótese de HPA é falsa,  $V(N)$  é igual a  $NV(1)$  mais os termos de covariância entre todos os pares de retornos distintos, sendo assim:

$$V(N) = NV(1) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N cov(r_{t+i-1}, r_{t+j-1}) \quad (5)$$

$$V(N) = V(1)[N + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \rho_{j-i}] \quad (6)$$

$$VR(N) = 1 + \frac{2}{N} \sum_{\tau=1}^{N-1} (N - \tau)\rho_{\tau}. \quad (7)$$

O teste empírico utiliza os retornos observados para decidir se a amostra estimada da razão da variância é compatível com a predição teórica sendo igual a 1. O teste rejeita a hipótese de HPA quando o valor da razão se distância de 1. Isto acontece quando uma função linear das  $(N - 1)$  primeiras autocorrelações

$$(N - 1)\rho_1 + (N - 2)\rho_2 + (N - 3)\rho_3 + \dots + 2\rho_{N-2} + \rho_{N-1}, \quad (8)$$

se distanciam de zero.

No trabalho de [4] os autores desenvolveram duas estatísticas para o teste da razão da variância: M1 e M2. De acordo com [5], se uma série temporal  $r_t$  é independente e identicamente distribuída (i.i.d.), sob a hipótese nula de  $VR(N) = 1$  para um valor fixo de  $N$  e  $T \rightarrow \infty$ , então M1 é igual a:

$$M1(N) = \frac{VR(r, N) - 1}{\phi(N)^{0.5}} \quad (9)$$

segundo uma distribuição normal assintoticamente. A variância  $\phi(N)$  é dada por:

$$\phi(N) = \frac{2(N - 1)(N - 1) - 1}{3NT}. \quad (10)$$

Já a estatística M2 é utilizada quando a série exibe heterocedasticidade condicional, e é igual a:

$$M2(N) = \frac{VR(r, N) - 1}{\phi^*(N)^{0.5}}. \quad (11)$$

M2 segue uma distribuição normal assintoticamente sob a hipótese nula de que  $VR(N) = 1$ , em que

$$\phi(N) = \sum_{j=1}^{N-1} \left[ \frac{2(N-j)}{N} \right]^2 \delta(j) \quad (12)$$

e

$$\delta(j) = \left\{ \sum_{t=j+1}^T (r_t - \hat{u})^2 (r_{t-j} - \hat{u})^2 \right\} \div \left\{ \left[ \sum_{t=1}^T (r_t - \hat{u})^2 \right]^2 \right\}. \quad (13)$$

Em [17] o autor desenvolve 4 testes não paramétricos alternativos da razão da variância, utilizando os *rankings* e sinais das séries. Entre as vantagens destes testes em relação aos anteriores cita-se que a distribuição de amostragem é exata e não há necessidade de recorrer a aproximação assintótica. Os testes baseados nos *rankings* das séries são exatos sob a suposição de i.i.d., enquanto que os testes baseados nos sinais são exatos sob a suposição de heterocedasticidade condicional.

Ainda segundo [5], dadas  $T$  observações da série  $r_t$  com  $q(r)$  o *ranking* de  $r_t$  e sob a hipótese nula de que  $r_t$  é gerado a partir de uma sequência i.i.d., seguem as seguintes estatísticas:

$$R1(N) = \left( \frac{(TN)^{-1} \sum_{t=N}^T (q_{1,t} + \dots + q_{1,t-N+1})^2 - 1}{T^{-1} \sum_{t=N}^T (q_{1t})^2} \right) * \phi(N)^{-0.5} \quad (14)$$

$$R2(N) = \left( \frac{(TN)^{-1} \sum_{t=N}^T (q_{2,t} + \dots + q_{2,t-N+1})^2 - 1}{T^{-1} \sum_{t=N}^T (q_{2t})^2} \right) * \phi(N)^{-0.5} \quad (15)$$

em que os *rankings* normalizados  $q_{1t}$  e  $q_{2t}$  são dados por:

$$q_{1t} = \frac{q(r_t) - \frac{T+1}{2}}{\sqrt{(T-1)(T+1)/12}} \quad (16)$$

$$q_{2t} = \Phi^{-1} * \frac{q(r_t)}{T+1} \quad (17)$$

em que  $\Phi^{-1}$  é a inversa função cumulativa da distribuição normal.

As estatísticas S1 e S2 baseadas nos sinais das séries são dadas por:

$$S1(N) = \left( \frac{(TN)^{-1} \sum_{t=N}^T (s_t + \dots + s_{t-N+1})^2 - 1}{T^{-1} \sum_{t=N}^T (s_t)^2} \right) * \phi(N)^{-0.5} \quad (18)$$

$$S2(N) = \left( \frac{(TN)^{-1} \sum_{t=N}^T (s_t(\bar{u}) + \dots + s_{t-N+1}(\bar{u}))^2 - 1}{T^{-1} \sum_{t=N}^T (s_t(\bar{u}))^2} \right) * \phi(N)^{-0.5} \quad (19)$$

em que  $s_t = 2u(r_t, 0)$ ,  $s_t(\bar{u}) = 2u(r_t, \bar{u})$  e  $u(r_t, p) = 0.5$  se  $r_t > p$  ou  $u(r_t, p) = -0.5$  caso contrário.

No trabalho foram utilizadas as estatísticas M1, M2, R1, R2 e S1. Os valores críticos das estatísticas R1, R2 e S1 podem ser obtidos simulando sua distribuição amostral exata.

### B. Rede neural LSTM

As redes neurais LSTM foram propostas no trabalho de [6] e são um tipo de rede neural recorrente capaz de processar dados sequenciais no tempo. A memória das redes neurais recorrentes é implementada por meio da retroalimentação entre a saída da rede e a sua entrada. A presença desta retroalimentação é que possibilita esse tipo de rede neural utilizar a dimensão do tempo para associar a uma determinada entrada no tempo  $t$  uma saída correspondente no tempo  $k$  posterior a  $t$ . Estas redes podem ser aplicadas em problemas diversos desde linguagem e traduções até análise de sentimento e séries temporais.

Uma vantagem das redes LSTM em relação a redes recorrentes comuns se dá pelo fato de que a LSTM utiliza portas que permitem ajustes de peso com a capacidade de modificar (adicionar, descartar ou atualizar) as informações no tempo de modo a prever melhor os estados futuros. Essa característica as torna ideais para o processamento de dados sequenciais no tempo. Esse tipo de dado caracteriza-se pelo fato de que a previsão de um estado seguinte depender do estado atual ou de um estado da rede em um momento anterior. Por isso é fundamental que o modelo de rede neural seja capaz de associar de forma eficiente dados atuais a dados remotos no tempo, sem os inconvenientes da perda ou explosão do gradiente do erro.

## III. METODOLOGIA

Esta Seção descreve toda a metodologia desenvolvida para a aplicação da estratégia no mercado financeiro. São descritas a seguir as 6 etapas que consistem em: base de dados, normalização dos dados, propriedades estatísticas das séries, rede LSTM, estratégia de operação e análise dos resultados. A Figura 1 ilustra as etapas seguidas na metodologia do trabalho.

### A. Base de dados

Para este trabalho, foram utilizados os dados históricos reais dos preços de fechamento diários referentes a bolsa de valores Bovespa do ano de 2016, com um total de 250 dias. Os dados utilizados foram as séries de preço de fechamento de 10

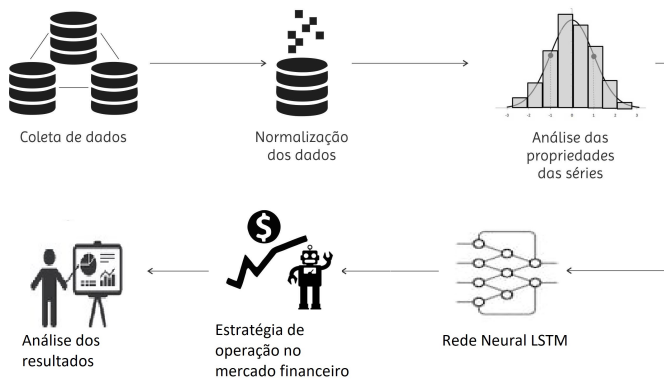


Figura 1. Etapas da metodologia do trabalho

ações: AmBev (ABEV3), Bradespar (BRAP4), BRF (BRFS3), Companhia Energética de Minas Gerais (CMIG4), Companhia Paulista de Força e Luz (CPFE3), Engie Brasil (EGIE3), Eletrobras (ELET3), JBS (JBSS3), Multiplan (MULT3) e Petrobras (PETR3).

Os dados foram separados em conjunto de treinamento com 166 dias e o conjunto de testes com 84 dias para a utilização na etapa de classificação por meio da rede neural LSTM.

### B. Normalização dos dados

Os dados coletados foram normalizados para poder trabalhar com valores de retornos financeiros ao invés dos preços diários das ações. De acordo com [2], a análise estatística diretamente aplicada nos preços originais é mais difícil já que preços consecutivos são altamente correlacionados e a variância no preço aumenta ao longo do tempo. Preços não são estacionários e conseqüentemente se torna mais conveniente a análise na variação do preço. Resultados obtidos para a variação podem ser facilmente usados para fornecer resultados no preço original.

Dessa forma, a variação dos preços (retorno) utilizada no trabalho é dada por:

$$x_t = \log(z_t) - \log(z_{t-1}) \quad (20)$$

em que  $z_t$  é o preço no dia  $t$ .

### C. Propriedades estatísticas das séries

O conjunto de treinamento foi utilizado para se realizar a análise das propriedades estatísticas das séries. Foram analisados os primeiros 4 momentos estatísticos das séries (média, desvio padrão, assimetria e curtose) e também a aplicação do teste de Jarque-Bera com o objetivo de verificar a possível distribuição normal das séries.

Em seguida foram aplicados 5 diferentes testes da razão da variância: M1, M2, R1, R2 e S1. A ideia é verificar se existe uma relação entre o desempenho do algoritmo de aprendizado

de máquina com as ações que se destacam testes da razão da variância.

Nesta etapa foi utilizado o software *R* juntamente com os pacotes *moments* e *vrtest*.

### D. Rede neural LSTM

Essa etapa é responsável por utilizar uma rede neural LSTM para previsão de tendência de subida ou queda nas observações das séries temporais. Pode-se modelar um problema de classificação com duas classes: classe 1 correspondendo ao movimento de subida na série de retornos, e classe 0 correspondendo ao movimento de queda. A classe 1 é atribuída a todos os valores da série maiores ou iguais a zero, e a classe 0 é atribuída aos valores menores que zero.

Foi escolhido o período de 1 ano (aproximadamente 250 dias), relativo ao ano de 2016, para aplicar o modelo de previsão da rede neural. O conjunto de treinamento corresponde a dois terços (aproximadamente dos meses de Janeiro a Agosto) com 166 dias. Já o conjunto de teste dos dados corresponde aos meses seguintes de Setembro a Dezembro, com 84 dias.

A arquitetura da rede LSTM utilizada consiste em 4 camadas. A entrada da rede consiste nos 4 últimos retornos observados. A primeira camada executa uma normalização por *batch*. Para cada *batch* utilizado no treinamento a rede executa uma normalização com base nas colunas dos atributos das entradas. Essa normalização é do tipo z-score uma vez que mantém a média dos valores das entradas próximo de 0 e o desvio padrão próximo de 1. A segunda camada contém 125 unidades LSTM e a terceira camada contém 75 unidades LSTM com regularizador L2 de valor igual a 0.005. A camada de saída contém um neurônio com função de ativação sigmoide e regularizador L1 de valor igual a 0.005. Portanto, a saída da rede é um valor no intervalo [0,1]. A rede é treinada utilizando otimizador *adagrad* e função de perda entropia cruzada binária. O treinamento é executado por 200 épocas com *batches* de tamanho 100 e conjunto de validação de tamanho 0.2 do tamanho do *batch*.

Para cada série, foram realizadas 10 execuções da rede neural e calculada a média aritmética dos resultados. A rede neural foi implementada utilizando a linguagem *python* com auxílio da biblioteca *Keras*.

### E. Estratégia de operação

A etapa anterior fornece uma classificação para cada dia futuro do conjunto de teste do algoritmo de aprendizado de máquina. A estratégia de operação no mercado pode ser definida na seguinte forma:

- classe 1: sendo uma previsão de alta, é emitida uma ordem de compra no instante  $t$  atual, em seguida uma ordem de venda no instante futuro  $t + 1$ ,
- classe 0: sendo uma previsão de queda, é emitida uma ordem de venda no instante  $t$  atual, em seguida uma ordem de compra no instante futuro  $t + 1$ .

Vale ressaltar que ao utilizar a estratégia acima, há uma negociação para cada dia futuro previsto pelo algoritmo de aprendizado na etapa anterior.

## F. Análise dos resultados

Nesta etapa foram analisados o desempenho do algoritmo de classificação e o retorno financeiro ao final das operações no mercado. Os resultados encontrados foram comparados com um classificador aleatório e posteriormente com a estratégia de negociação *Buy and Hold*, que consiste em comprar o ativo e aguardar até uma data final, ou seja, equivale à variação do ativo no período.

Para avaliação do algoritmo de classificação foram utilizadas as seguintes métricas: precisão, revocação, medida F1 e acurácia. A precisão é calculada como o número de acertos da classe positiva ( $TP$ ) sobre o número total de previsões desta classe, ou seja,  $TP$  mais as falsas positivas ( $FP$ ):

$$P = \frac{TP}{TP + FP}. \quad (21)$$

A revocação é calculada pelo número de classificações corretas da classe positiva sobre o número total de ocorrências desta classe, ou seja,  $TP$  mais as falsas negativas ( $FN$ ):

$$R = \frac{TP}{TP + FN}. \quad (22)$$

Em seguida pode-se definir a medida F1 como sendo igual a média harmônica entre precisão e revocação, sendo muito útil em casos de problemas de enviesamento de uma determinada classe:

$$F1 = 2 * \frac{P * R}{P + R}. \quad (23)$$

Apesar das medidas acima serem definidas ao se selecionar a classe positiva, os mesmos cálculos foram realizados para a classe negativa. Por fim, pode-se calcular como medida de desempenho do algoritmo de classificação a acurácia que é definida como o número classificações corretas sobre o número total de previsões:

$$A = \frac{TP + TN}{TP + FP + TN + FN}. \quad (24)$$

Além do classificador aleatório utilizado para comparação tanto no desempenho do algoritmo de classificação quanto no retorno financeiro, os resultados da estratégia de operação também foram comparados com a estratégia *Buy and Hold*.

## IV. RESULTADOS

Esta Seção é responsável por apresentar os resultados encontrados no trabalho. Inicialmente na Seção A é realizada a análise das propriedades estatísticas das séries. Em seguida na Seção B é analisado o desempenho da rede neural em comparação com um classificador aleatório. Na Seção C é feita a análise estratégia de operação dos classificadores no mercado financeiro. Por fim na Seção D é feita uma análise do custo de operação da estratégia adotada.

Tabela I  
4 PRIMEIROS MOMENTOS DAS SÉRIES E TESTE DE JARQUE-BERA

Ações	Média	Desvio	Curtose	Assimetria	JB
<b>ABEV3</b>	5e-4	0.01	3.00	0.16	0.66
<b>BRAP4</b>	6e-3	0.04	3.14	0.01	0.91
<b>BRFS3</b>	8e-4	0.01	5.93	-0.26	2e-16
<b>CMIG4</b>	3e-3	0.03	3.51	0.34	0.05
<b>CPFE3</b>	2e-3	0.01	3.87	0.53	8e-3
<b>EGIE3</b>	1e-3	0.01	3.18	-0.25	0.29
<b>ELET3</b>	7e-3	0.03	3.79	0.58	0.01
<b>JBSS3</b>	1e-3	0.03	7.71	0.86	2e-16
<b>MULT3</b>	2e-3	0.01	3.06	0.33	0.15
<b>PETR3</b>	5e-3	0.03	3.56	0.26	0.08

### A. Análise das propriedades estatísticas das séries

A Tabela I demonstra os valores de média, desvio padrão, assimetria, curtose e o p-valor para o teste de Jarque-Bera. Pode-se perceber que todas as ações possuem uma média positiva bem próxima a zero e com desvio padrão variando de 0.1 a 0.5. Nota-se também as distribuições tendem a ser simétricas. O teste de Jarque-Bera demonstrou que a maioria das distribuições são normais. Este é um fato interessante já que é conhecido na literatura que as séries de retornos não possuem distribuições normais, apresentando caudas pesadas com elevados valores de curtose [19]. Ao se verificar o valor da curtose das ações, nota-se que as distribuições que não são normais possuem valores mais elevados chegando a 7.71 para JBSS3, demonstrando a presença de valores extremos. Vale ressaltar que apesar da maioria das ações apresentarem distribuições normais, o tamanho da amostra de todas as ações não é grande (166 dias) e este fato pode influenciar no comportamento da distribuição. É bem provável que caso fosse utilizado uma amostra maior, por exemplo 2000 dias, a distribuição de probabilidade poderia ser diferente.

As Tabelas II, III, e IV apresentam respectivamente os valores das estatísticas R1, R2, S1, M1 e M2 para os valores de  $N = 2$  (período diário),  $N = 5$  (período semanal) e  $N = 20$  (período mensal). Na Tabela II, 4 ações se destacam: ABEV3, CPFE3, EGIE3 e JBSS3. Todas essas ações apresentaram estatísticas significativas contra HPA. Já na Tabela III, novamente as ações CPF3, EGIE3 e JBSS3 apresentaram resultados rejeitando HPA. E na Tabela IV as ações ABEV3 e CPFE3 apresentaram novamente resultados significativos. Nota-se então que das 10 ações analisadas, 4 demonstraram possuir uma certa dependência temporal demonstrada pelos diferentes testes da razão da variância enquanto que as 6 ações restantes, para os testes realizados, demonstraram não rejeição em relação HPA. Estes resultados sugerem que a aplicação de modelos de previsões nestas 4 séries podem gerar resultados melhores do que nas 6 séries restantes.

Utilizando os 166 dias, os valores críticos em nível de 5% de R1 são iguais a: -2.161, -2.020 e -1.768 para  $N = 2$ ,  $N = 5$  e  $N = 20$  respectivamente. Já para a estatística R2 valores são iguais a -2.145, -1.985 e -1.727. Por fim, os valores críticos de S1 são iguais a -2.017, -1.898 e -1.674.

Tabela II  
TESTES DA RAZÃO DA VARIÂNCIA PARA N = 2

Ações	N = 2				
	R1	R2	S1	M1	M2
ABEV3	-2.22*	-1.81	-2.24*	-1.70	-1.75
BRAP4	-0.39	-0.42	-0.54	-0.36	-0.30
BRFS3	-0.01	-0.57	0.38	-1.36	-1.15
CMIG4	-0.81	-0.71	-0.85	-0.68	-0.65
CPFE3	-3.30*	-2.84*	-3.17*	-2.28*	-1.97*
EGIE3	-3.47*	-3.83*	-1.47	-3.76*	-3.40*
ELET3	0.10	1.02	-0.23	1.35	1.21
JBSS3	-3.09*	-3.19*	-2.08*	-2.96*	-2.98*
MULT3	-0.94	-0.86	-0.85	-0.69	-0.71
PETR3	-1.74	-1.47	-1.47	-1.30	-1.14

Tabela III  
TESTES DA RAZÃO DA VARIÂNCIA PARA N = 5

Ações	N = 5				
	R1	R2	S1	M1	M2
ABEV3	-1.22	-0.79	-1.41	-0.62	-0.60
BRAP4	-0.89	-0.94	-0.16	-0.97	-0.85
BRFS3	-0.72	-0.99	-0.50	-1.46	-1.35
CMIG4	-0.34	-0.19	-1.58	-0.20	-0.20
CPFE3	-2.80*	-2.72*	-2.48*	-2.46*	-2.14*
EGIE3	-2.50*	-2.56*	-1.52	-2.37*	-2.21*
ELET3	0.56	1.20	1.35	1.60	1.50
JBSS3	-2.15*	-2.51*	-0.62	-1.99*	-1.52
MULT3	-1.35	-1.61	-0.73	-1.46	-1.52
PETR3	-1.43	-1.26	-0.96	-1.16	-1.09

### B. Análise do desempenho da rede neural LSTM

A Tabela V demonstra os valores encontrados para precisão, revocação e medida F1 tanto para a classe de alta quanto para a classe de baixa. São apresentados também os valores encontrados para a acurácia do algoritmo. Os valores que se destacam na Tabela são exatamente aqueles referentes as 4 ações que que rejeitaram HPA para os testes da razão da variância na etapa anterior. Tanto para a classe de altas como para a classe de baixas essas ações apresentaram resultados em torno de 0.6 para as métricas de avaliação, assim como para os valores de acurácia também. Já as outras 6 ações apresentaram na maioria dos casos resultados inferiores a estes, em torno de 0.5 para as diferentes métricas. É interessante notar também que as ações ABEV3, CPFE3, EGIE3 e JBSS3 tiveram um melhor desempenho na classificação da classe de altas ao se

Tabela IV  
TESTES DA RAZÃO DA VARIÂNCIA PARA N = 20

Ações	N = 20				
	R1	R2	S1	M1	M2
ABEV3	-2.15*	-2.12*	-1.77*	-2.05*	-1.98*
BRAP4	-0.14	-0.42	1.00	-0.56	-0.51
BRFS3	-0.76	-0.89	-0.36	-1.22	-1.25
CMIG4	-0.35	0.05	-0.75	0.11	0.11
CPFE3	-1.66	-1.74*	-1.71*	-1.58	-1.37
EGIE3	-1.05	-1.00	-0.61	-0.91	-0.92
ELET3	-0.59	-0.25	0.50	-0.10	-0.09
JBSS3	-0.74	-1.16	1.46	-1.40	-1.23
MULT3	-0.72	-1.24	0.32	-1.22	-1.26
PETR3	-1.08	-0.90	-0.88	-0.69	-0.66

comparar as medidas de F1 de ambas as classes.

Na Tabela VI são apresentados os valores das mesmas medidas de desempenho ao se utilizar um classificador aleatório. Percebe-se que ao comparando com a Tabela anterior, os valores que mais sofreram alterações foram os relativos as mesmas 4 ações. No geral, o desempenho da rede LSTM para as 6 ações foi bem próximo ao de um classificador aleatório, com valores em torno de 0.5. Este fato é mais uma evidência de que certas ações possuem mais dependências temporais que as torna mais fáceis de prever do que em relação a outras. Inclusive para algumas ações, os resultados do classificador aleatório foram superiores aos da rede LSTM, como por exemplo para a ação PETR3.

### C. Análise da estratégia de operação

A Tabela VII apresenta os valores em Reais (R\$) ao final da operação no mercado dos 84 dias relativos ao período do conjunto de teste da rede neural. Afim de comparar o retorno financeiro alcançado pela rede são demonstrados também os valores em Reais da estratégia de *Buy and Hold* para o mesmo período, e a aplicação da mesma estratégia de operação utilizando um classificador aleatório. As 4 ações destacadas nas etapas anteriores obtiveram ao final um ganho maior do que todos os previsores aleatórios. Este fato já era esperado uma vez que o desempenho da rede neural foi bem superior ao classificador aleatório. Mas ao se comparar com a estratégia de *Buy and Hold*, a ação CPFE3 apresentou um resultado inferior, enquanto que as outras 3 superaram.

Em relação as outras 6 ações, com exceção de BRFS3 e CMIG4, todas as demais apresentaram um retorno financeiro inferior tanto ao classificador aleatório quanto a estratégia de *Buy and Hold*. A ação CMIG4 apesar de ter um retorno financeiro maior que o aleatório não superou o ganho do *Buy and Hold*. E a ação BRFS3 apesar de não ter tido um bom desempenho em relação a classificação, foi a ação que apresentou o maior retorno financeiro sendo superior a todas as demais.

Vale ressaltar uma certa assimetria encontrada ao se comparar os retornos financeiros das classes de altas e baixas, mesmo com valores de precisão próximos em alguns casos para ambas as classes. O retorno financeiro na classe de baixas para 6 ações foi negativo enquanto que para a classe de altas apenas 3 ações obtiveram valores negativos.

As Figuras 2 e 3 demonstram as séries originais de preços das 10 ações divididas entre conjunto de treinamento e conjunto de teste. Pela Figura percebe-se os mais diversos tipos de tendência nos preços (movimento de subida, descida e lateralidade) utilizados para o algoritmo de aprendizado de máquina. Vale ressaltar que essas Figuras demonstram as séries de preços mas o algoritmo utiliza a série de retornos normalizada para a etapa do aprendizado.

### D. Análise dos custos de operação

Mesmo obtendo um retorno financeiro positivo é necessário avaliar o custo operacional de cada negociação, uma vez que a estratégia adotada no trabalho utiliza operações diárias. Esta

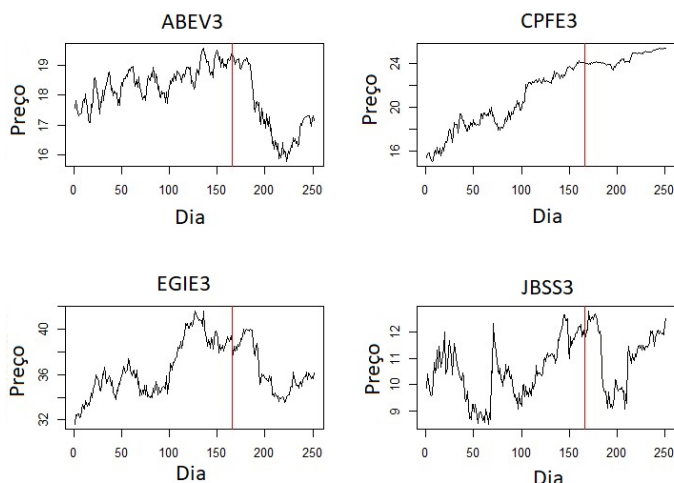


Figura 2. Séries originais dos preços de ABEV3, CPFE3, EGIE3 e JBSS3

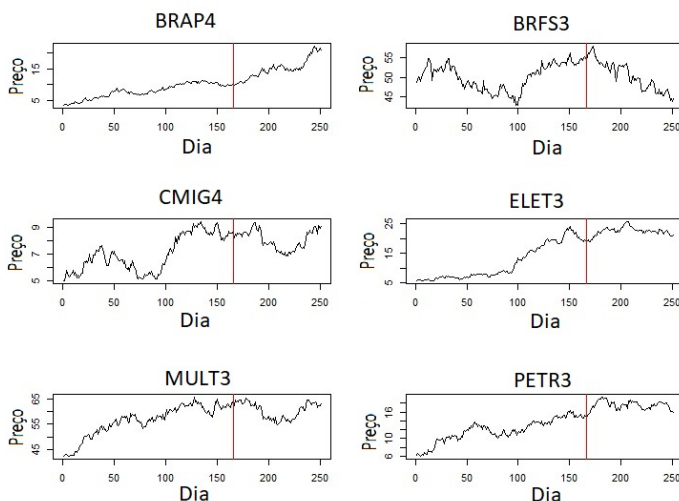


Figura 3. Séries originais dos preços de BRAP4, BRFS3, CMIG4 e ELET3, MULT3 e PETR3

análise se faz necessária já que os custos de operação podem ultrapassar os lucros obtidos pelos investidores dependendo do tamanho do lote negociado.

Para cada operação são cobradas 4 taxas: Imposto de Renda recolhido na fonte pela Bovespa (0.5%), Taxa de Corretagem sobre as operações (R\$2.50), Imposto Sobre Serviços em relação a taxa de corretagem (12%) e os Emolumentos sobre o valor investido (0.025%). Caso o investidor tenha um lucro na negociação, também é cobrado o Imposto de Renda recolhido pelo investidor sobre o lucro (20%). Nota-se que o percentual correspondente a soma de todos os custos de operação pode ser bem alto em relação ao lucro bruto obtido pelo investidor.

A Tabela VIII apresenta os valores relativos a média dos custos de operação para cada ação ao se variar o tamanho

Tabela V  
RESULTADO DAS MÉTRICAS DE CLASSIFICAÇÃO AO UTILIZAR REDE LSTM

Ações	Altas				Baixas		
	A	P	R	F1	P	R	F1
ABEV3	0.58	0.61	0.60	0.59	0.61	0.57	0.54
BRAP4	0.50	0.54	0.47	0.50	0.46	0.54	0.50
BRFS3	0.46	0.48	0.52	0.47	0.49	0.49	0.49
CMIG4	0.53	0.52	0.50	0.51	0.52	0.54	0.52
CPFE3	0.58	0.67	0.54	0.59	0.49	0.69	0.55
EGIE3	0.59	0.58	0.65	0.61	0.61	0.51	0.55
ELET3	0.51	0.48	0.48	0.48	0.55	0.54	0.54
JBSS3	0.55	0.52	0.78	0.62	0.61	0.31	0.41
MULT3	0.49	0.49	0.51	0.48	0.42	0.46	0.42
PETR3	0.40	0.39	0.45	0.41	0.43	0.37	0.39

Tabela VI  
RESULTADO DAS MÉTRICAS DE CLASSIFICAÇÃO AO UTILIZAR UM CLASSIFICADOR ALEATÓRIO

Ações	Altas				Baixas		
	A	P	R	F1	P	R	F1
ABEV3	0.51	0.54	0.49	0.51	0.49	0.54	0.51
BRAP4	0.51	0.55	0.49	0.52	0.47	0.53	0.50
BRFS3	0.51	0.48	0.45	0.46	0.54	0.58	0.56
CMIG4	0.50	0.48	0.49	0.48	0.52	0.50	0.50
CPFE3	0.52	0.62	0.45	0.52	0.42	0.67	0.51
EGIE3	0.53	0.53	0.48	0.50	0.53	0.59	0.56
ELET3	0.50	0.45	0.42	0.43	0.54	0.58	0.56
JBSS3	0.48	0.46	0.49	0.47	0.50	0.47	0.48
MULT3	0.49	0.51	0.43	0.47	0.47	0.55	0.51
PETR3	0.47	0.43	0.45	0.44	0.50	0.47	0.48

do lote negociado, utilizando as predições encontradas pela rede LSTM. O que se destaca é o fato de que para lotes de até 100 ações, a estratégia de negociação adotada não é interessante já que os valores do lucro bruto são inferiores ao custo operacional, como pode-se observar comparando com a Tabela VII. Como a estratégia utiliza duas operações por dia, o custo fixo destas operações acaba se sobrepondo ao valor do lucro obtido para pequenos lotes. A estratégia começa a se tornar viável com lotes de 1000 ações, como pode-se perceber ao se verificar os valores do retorno financeiro e custo operacional das ações ABEV3, BRAP4 e EGIE3 por exemplo. Entretanto, mesmo utilizando lotes de 10 mil ações e tendo um retorno financeiro positivo, há casos em que o custo operacional se sobrepõe ao lucro, por exemplo para a

Tabela VII  
RESULTADO DO RETORNO FINANCEIRO EM REAIS

Ações	BH	LSTM			Aleatório		
		Altas	Baixas	Total	Altas	Baixas	Total
ABEV3	-1.87	1.27	3.15	4.42	-0.39	1.47	1.08
BRAP4	9.76	3.87	-5.8	-1.93	5.12	-4.6	0.52
BRFS3	-11.34	-1.17	10.16	8.99	-7.03	4.32	-2.71
CMIG4	0.77	0.47	-0.3	0.17	-0.01	-0.78	-0.79
CPFE3	1.49	1.19	-0.29	0.9	0.95	-0.53	0.42
EGIE3	-2.08	1.26	3.34	4.6	0.13	2.21	2.34
ELET3	2.46	1.03	-1.42	-0.39	1.5	-0.9	0.6
JBSS3	0.37	0.92	0.55	1.47	-0.75	-1.22	-1.97
MULT3	0.83	-0.77	-1.6	-2.37	1.51	0.68	2.19
PETR3	0.75	-1	-1.75	-2.75	-0.8	-1.55	-2.35

Tabela VIII

MÉDIA DOS VALORES DE CUSTO DE OPERAÇÃO EM REAIS AO SE VARIAR O TAMANHO DO LOTE L

Ações	Custo Operacional				
	L = 1	L = 10	L = 100	L = 1000	L = 10000
ABEV3	472.40	490.43	670.72	2473.65	20502.98
BRAP4	474.19	508.39	850.32	4269.70	38463.29
BRFS3	477.24	538.88	1155.26	7319.01	68956.58
CMIG4	471.84	484.87	615.17	1918.13	14947.74
CPFE3	471.12	477.68	543.21	1198.54	7751.89
EGIE3	473.79	504.39	810.36	3870.02	34466.63
ELET3	473.58	502.20	788.47	3651.14	32277.82
JBSS3	472.39	490.33	669.71	2463.59	20402.30
MULT3	476.66	533.08	1097.23	6738.69	63153.35
PETR3	472.99	496.32	729.65	3062.91	26395.49

ação JBSS3.

## V. CONCLUSÃO

Neste trabalho foram estudadas as propriedades estatísticas de 10 ações com dados reais da Bovespa, e a relação destas propriedades com a previsibilidade das séries ao se utilizar uma rede neural LSTM para classificação.

Foi desenvolvida uma metodologia baseada na hipótese de que é possível escolher algumas ações específicas para ter bons resultados de previsão ao se aplicar os testes de razão de variância no conjunto de treinamento dos dados. Os resultados obtidos evidenciam que existe uma relação entre as séries que se destacam nestes testes estatísticos e o desempenho da rede neural. As 4 ações que se destacaram nos testes obtiveram os melhores resultados em termos de classificação entre todas as demais e também em relação a um classificador aleatório. Além disso, as outras 6 ações demonstraram resultados ruins, uma vez que o classificador aleatório superou as métricas de avaliação em muitos casos.

Também foram analisados os resultados em termos de retorno financeiro obtidos pela estratégia de operação baseada nos resultados da rede neural. Os resultados sugerem que quanto melhor o desempenho da rede neural, melhores são os retornos financeiros também. Entretanto é necessário estudar mais a fundo essa relação pois como foi demonstrado, a ação que obteve o maior retorno financeiro tanto em relação as demais quanto em relação a estratégia de *Buy and Hold* e ao classificador aleatório foi a ação BRFS3, que não apresentou bons resultados em termos de classificação.

Como trabalhos futuros pretende-se utilizar a mesma metodologia em mais séries de ações para poder confirmar a relação existente entre os testes da razão da variância com a previsibilidade das séries ao se utilizar algoritmos de aprendizado de máquina. É ideal também testar para diferentes períodos para se ter resultados mais robustos. E seria interessante aplicar outros tipos de algoritmos de aprendizado de máquina, como por exemplo *Support Vector Machine*, redes neurais *Multilayer Perceptron* entre outros, para verificar se os resultados se mantêm ou podem ser melhorados.

## REFERÊNCIAS

- [1] L. Bachelier, "Theory of speculation," Reprinted in P. Cootner (ed.), 1964, The Character of Stock Market Prices, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1900, pp. 17-78
- [2] Stephen J Taylor, "Modelling Financial Time Series," World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., pp. 12-13, 2007
- [3] Stephen J Taylor, "Asset Price Dynamics, Volatility and Prediction," Princeton University Press, pp. 102-103, 2005
- [4] Lo, Andrew W and MacKinlay, A. Craig, "Stock Market Prices Do Not Follow Random Walks: Evidence From a Simple Specification Test," National Bureau of Economic Research, 1988
- [5] Charles, Amelie and Darné, Olivier, "Variance-Ratio Tests of Random Walk: An Overview," Journal of Economic Surveys, pp. 503-527, 2009
- [6] Hochreiter, Sepp and Schmidhuber, Jürgen, "Long short-term memory," Neural computation, pp. 1735-1780, 1997
- [7] Kamijo, K. and Tanigawa, T. "Stock price pattern recognition-a recurrent neural network approach," Neural Networks, IJCNN International Joint Conference on, pp. 215-221, 1990
- [8] Jung-Hua Wang and Jia-Yann Leu "Stock market trend prediction using ARIMA-based neural networks," Neural Networks, IEEE International Conference on, pp. 2160-2165, 1996
- [9] D. K. Bebartha and Birendra Biswal and P. K. Dash "Polynomial Based Functional Link Artificial Recurrent Neural Network adaptive System for predicting Indian Stocks," International Journal of Computational Intelligence Systems, pp. 1004-1016, 2015
- [10] Rather, Akhter Mohiuddin and Agarwal, Arun and Sastry, V.N. "Recurrent Neural Network and a Hybrid Model for Prediction of Stock Returns," Expert Syst. Appl., pp. 3234-3241, 2015
- [11] K. Chen and Y. Zhou and F. Dai "A LSTM-based method for stock returns prediction: A case study of China stock market," IEEE International Conference on Big Data (Big Data), pp. 2823-2824, 2015
- [12] Z. Zhao and R. Rao and S. Tu and J. Shi "Time-Weighted LSTM Model with Redefined Labeling for Stock Trend Prediction," IEEE 29th International Conference on Tools with Artificial Intelligence (ICTAI), pp. 1210-1217, 2017
- [13] S. Yao and L. Luo and H. Peng "High-Frequency Stock Trend Forecast Using LSTM Model," 13th International Conference on Computer Science Education (ICCSE), pp. 1-4, 2018
- [14] X. Shao and D. Ma and Y. Liu and Q. Yin "Short-term forecast of stock price of multi-branch LSTM based on K-means," 4th International Conference on Systems and Informatics (ICSAI), pp. 1546-1551, 2017
- [15] A. J. P. Samarawickrama and T. G. I. Fernando "A recurrent neural network approach in predicting daily stock prices an application to the Sri Lankan stock market," IEEE International Conference on Industrial and Information Systems (ICIIS), pp. 1-6, 2017
- [16] Chow, K. V., Denning, K. C. "A simple multiple variance ratio test," Journal of Econometrics, pp. 385-401, 1993
- [17] Wright, J. H. "Alternative variance-ratio tests using ranks and signs," Journal of Business Economic Statistics, pp. 1-9, 2000
- [18] Whang, Y. J., Kim, J. "A multiple variance ratio test using subsampling," Economics Letters, pp. 225-230, 2003
- [19] Cont, R. "Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues," Quantitative Finance, pp. 223-236, 2001
- [20] Hafiz A.A.B. Hoque and Jae H. Kim and Chong Soo Pyun "A comparison of variance ratio tests of random walk: A case of Asian emerging stock markets," International Review of Economics Finance, pp. 488-502, 2007
- [21] Jae H. Kim and Abul Shamsuddin "Are Asian stock markets efficient? Evidence from new multiple variance ratio tests," Journal of Empirical Finance, pp. 518-532, 2008