

Utilização de Aprendizado de Máquina para Classificação de Tendências de Retornos de Ativos

Felipe D. Paiva*
Veronica H. R. da Silva
Ben-Hur de A. Rocha Neto
Carolina M. Roma
Gustavo P. Hanaoka

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil

Resumo

O presente trabalho teve como objetivo principal explorar a técnica *support vector machines* (SVM) para tomada de decisão de investimento, avaliando sua capacidade preditiva de mapear oportunidades de ganho em movimentos de alta. Assim, a SVM foi utilizada com o intuito de classificar os ativos com potencial de alcançar um determinado ganho proposto. Para execução da pesquisa, foi utilizado ativos listados no índice Ibovespa. O período explorado compreendeu de janeiro de 2002 a dezembro de 2016. O resultado da pesquisa apresenta constatações interessantes acerca do efeito que a definição de *targets* mais elevados de ganhos esperados provoca, sendo que no caso é verificado uma melhor qualidade da classificação dos sinais, que não necessariamente é detectado pelas métricas de avaliação de modelos classificadores.

Palavras-chave: *machine learning*; *support vector machine*; classificador; Ibovespa.

1 Introdução

A previsão dos retornos das ações é considerada uma das tarefas mais desafiadoras do processo que lida com séries temporais financeiras, pois o mercado de ações é essencialmente dinâmico, complexo, evolucionário, não linear, nebuloso, não paramétrico e caótico por natureza. Além disso, o mercado de ações é extremamente sensível a fatores políticos e a condições micro e macroeconômicas, bem como a expectativas e inseguranças dos investidores [2].

Para o *mainstream* da teoria financeira, a previsão de preços de ativos financeiros é impossível. De acordo com o principal pilar teórico dessa corrente - a Hipótese de Mercado Eficiente (HME) -, a tarefa de prever preços futuros tendo como base o comportamento passado de um ativo financeiro não passa de um exercício ineficaz para o alcance de retornos anormais, dado que a função de distribuição de uma série financeira denota um movimento *browniano*, que é concebido por características randômicas, independentes e de distribuição gaussiana.

Em contrapartida, existem estudos que rechaçam a HME, sustentando que o mercado acionário na verdade não se estabelece como aleatório e que as séries financeiras possuem memória de longo

prazo. Desta forma, uma vez identificado o seu padrão de comportamento, torna-se factível delinear algum modelo de previsibilidade [10], [15], [18]. Já com relação às características gerais das séries, parece existir uma concordância quanto à complexidade e nebulosidade das mesmas, sendo indicado, portanto utilizar técnicas robustas e apropriadas para manuseá-las [4].

Assim, sistemas especialistas têm a sua utilização cada vez mais demandada, como resposta às características do ambiente, buscando identificar um nexos entre passado e futuro, com o objetivo de prever retorno ou o movimento de uma ação.

Em meio a esse cenário, diversos estudos têm recorrido a técnicas de *soft computing*, dado a enorme capacidade que essas técnicas têm em lidar com dados complexos, imprecisos e volumosos. Essas características de dados, quando aplicadas em outros modelos, tendem a obscurecer o significado subjacente, bem como restringir a obtenção de informações úteis. Além disso, há técnicas de inteligência artificial que permitem utilizar dados de diferentes naturezas (qualitativos e quantitativos) e ainda não estão sujeitos à rigidez de pressupostos, como os que são impostos aos modelos econométricos. Como exemplo, pode-se encontrar a aplicação de re-

*Corresponding author: fpaiva@dcsa.cefetmg.br

des neurais artificiais para este propósito nos trabalhos de [23], [13], [24]. Trabalhos envolvendo lógica nebulosa e árvores de decisão também são encontrados como em [14] e [16]. Em destaque na literatura, trabalhos envolvendo as máquinas de vetores suporte (SVM) empregadas em modelos regressores e classificadores do mercado financeiro, podendo ser acessados em [5], [12], [11], [18], [20], [9], dentre outros.

Comparando as redes neurais artificiais com a SVM, [1] apresenta três vantagens da SVM em relação as redes neurais artificiais: maximização da habilidade de generalização, existência de soluções globais ótimas e robustez a existência de outliers. Por isso, optamos por utilizá-la para classificação de tendências do mercado financeiro.

Desta forma, o artigo teve por objetivo estruturar um modelo classificador baseado em SVM para prever movimentos de alta de ativos pertencentes ao Ibovespa. Para tanto, foram realizadas simulações do comportamento do modelo classificador ao variar o alvo (*target* de retorno) as quais foram avaliadas usando as métricas de acurácia Comparativamente, os resultados do classificador foram relacionados a tomada de decisão ingênua de um investidor.

2 Support Vector Machines

As máquinas de vetores suporte (SVM - *Support Vector Machines*) consistem em uma metodologia de aprendizado supervisionado de máquina fundamentada sobre os trabalhos de [7], [21], [22], entre outros.

O problema de classificação envolve as etapas de treinamento e teste, tendo cada conjunto de treinamento um valor de resposta desejado (*target*), sendo a SVM responsável por fazer a separação através de um hiperplano das distintas classes de dados envolvidas. De forma resumida, de acordo com [3] e [7], dado um conjunto de treinamento (\mathbf{x}_i, y_i) , $i = 1, \dots, l$ em que $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^n$, a classificação realizada pela SVM requer a minimização da equação descrita pela função objetivo da Equação 1

$$\min_{\mathbf{x}, b, \xi} \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{w} + C \sum_{i=1}^l \xi_i \quad (1)$$

tendo como restrições as equações 2 e 3:

$$y_i(\mathbf{w}^T \phi(\mathbf{x}_i) + b) \geq 1 - \xi_i \quad (2)$$

$$\xi_i \geq 0 \quad (3)$$

em que o vetor de treinamento \mathbf{x}_i é mapeado no espaço dimensional dado pela função ϕ .

Sendo $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \equiv \phi(\mathbf{x}_i)^T \phi(\mathbf{x}_j)$ chamado de função *kernel*, e $C > 0$ um parâmetro de penalização dos erros de treinamento, a idéia é encontrar um hiperplano de separação máxima dos dados de diferentes classes. As funções *kernel* mais utilizadas são:

- linear: $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j$
- polinomial: $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = (\gamma \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j + r)^d, \gamma > 0$
- função de base radial (rbf):
 $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = e^{-\gamma \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2}, \gamma > 0$
- sigmóide: $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \tanh(\gamma \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j + r)$

Além dos parâmetros do modelo de maximização do hiperplano de margem máxima e decisão de qual função kernel mais apropriada a utilizar dependendo da natureza dos dados, é necessário realizar uma filtragem e padronização dos dados, e também uma seleção de quais e quão diversos devem ser os dados a serem utilizados como conjunto de entrada no treinamento e classificação, como descreve o trabalho de [17].

No contexto da previsão e classificação de tendências e valores de produtos do mercado financeiro, vários trabalhos já foram desenvolvidos utilizando a SVM, como por exemplo os trabalhos de [5], [11], [19], [20], [6], [8], etc.

3 Metodologia

Para desenvolver a presente pesquisa utilizamos ativos listados na Bolsa de Valores de São Paulo (B3). Sendo que, para uma delimitação melhor da amostra, foi definido pela utilização das ações participantes do índice da Bolsa de Valores de São Paulo (Ibovespa). Para tanto, foi verificado qual era a composição do Ibovespa todo quinto dia útil do mês. Os ativos presentes no índice na referida data passavam a compor a amostra da pesquisa, e uma possível alteração ocorria apenas no quinto dia útil do mês subsequente.

Foram coletados para realização da pesquisa dados do período de 2 de janeiro de 2002 a 30 de dezembro de 2016, perfazendo um total de 3,716 dias de negociação. Ao longo do período pesquisado, 135 ativos tiveram participação no Ibovespa, sendo 73 ativos o maior número concentrado pelo Ibovespa nesse período, 53 o menor número e apenas 19 estiveram presentes em todos os dias do Ibovespa no período pesquisado.

Para a execução do experimento, foram coletadas, por meio do terminal Bloomberg, as séries históricas dos preços ajustados de abertura, fechamento, máximo e mínimo, além do volume negociado de cada ativo.

A etapa seguinte pós-coleta dos dados foi preparar 22 atributos para serem utilizados como *inputs* da técnica SVM. Entre eles, há medidas de retornos baseados nos preços de abertura, fechamento, máximo e mínimo, além de indicadores de momentum, volatilidade e volume. Os atributos são apresentados na Tabela 1.

A SVM foi utilizada para realizar uma classificação binária do retorno para as operações day trade. Como *target* de classificação foram testados quatro valores diferentes: 0.5%, 1%, 1.5% e 2%. Foi utilizado atributos de 60 dias para treinamento da

SVM, com deslizamento do treinamento e previsão de 1 dia.

Com relação à estratégia de saída foram designadas duas possibilidades: a primeira (*true positive*), no decorrer do próprio dia de investimento, caso o ativo alcance o ganho esperado; a segunda

(*false positive*), não alcançando o alvo, a venda do ativo ocorreria na abertura do dia subsequente ao da sua compra. Para tanto, foram utilizados na simulação os valores de abertura com negociação no mercado.

Tabela 1: Atributos utilizados como *inputs* da SVM.

# Atributo	Detalhes	#Atributo	Detalhes
1	$r1 = \ln \left(\frac{\text{close price}_i}{\text{close price}_{i-1}} \right)$	12	$r12 = \ln \left(\frac{\text{low price}_i}{\text{open price}_i} \right)$
2	$r2 = \ln \left(\frac{\text{close price}_{i-1}}{\text{close price}_{i-2}} \right)$	13	$r13 = \ln \left(\frac{\text{low price}_{i-1}}{\text{open price}_{i-1}} \right)$
3	$r3 = \ln \left(\frac{\text{close price}_{i-2}}{\text{close price}_{i-3}} \right)$	14	$r14 = \ln \left(\frac{\text{low price}_{i-2}}{\text{open price}_{i-2}} \right)$
4	$r4 = \ln \left(\frac{\text{close price}_{i-3}}{\text{close price}_{i-4}} \right)$	15	$r15 = \ln \left(\frac{\text{low price}_{i-3}}{\text{open price}_{i-3}} \right)$
5	$r5 = \ln \left(\frac{\text{high price}_i}{\text{open price}_i} \right)$	16	Momentum
6	$r6 = \ln \left(\frac{\text{high price}_i}{\text{open price}_{i-1}} \right)$	17	Relative Strength Index
7	$r7 = \ln \left(\frac{\text{high price}_i}{\text{open price}_{i-2}} \right)$	18	Parabolic SAR
8	$r8 = \ln \left(\frac{\text{high price}_i}{\text{open price}_{i-3}} \right)$	19	Average True Range
9	$r9 = \ln \left(\frac{\text{high price}_{i-1}}{\text{open price}_{i-1}} \right)$	20	True Range
10	$r10 = \ln \left(\frac{\text{high price}_{i-2}}{\text{open price}_{i-2}} \right)$	21	Chaikin A/D Line
11	$r11 = \ln \left(\frac{\text{high price}_{i-3}}{\text{open price}_{i-3}} \right)$	22	On Balance Volume

3.1 Medidas de Desempenho da Classificação

O desempenho de algoritmos de aprendizagem e classificadores é realizado através da avaliação de métricas baseadas nos valores observados e previstos pelos modelos distribuídos em uma matriz de confusão também denominada de tabela de contingência. Em uma classificação binária, na matriz de confusão são dispostos os exemplos de classe quando a performance do ativo está de acordo com o previsto pelo algoritmo (TP), quando a performance é reconhecida pelo algoritmo, mas na direção contrária (TN) e as situações nas quais não houve uma tendência de alta do ativo e foi apontado uma decisão de compra (FP) ou uma decisão de venda (FN). Assim, com base no classificador é identificada a estratégia de operar o ativo quando detec-

tado uma tendência de alta e, no momento seguinte, avaliada a qualidade das previsões.

Neste sentido, foram utilizadas cinco medidas de desempenho, a saber: acurácia, *precision*, *recall*, *specificity* e *F1 Score*. Especificamente, tem-se que: acurácia refere-se ao grau de efetividade do classificador; *precision* está baseada na relação entre o número de verdadeiros positivos e o total de sinais positivos previstos; *recall* avalia a capacidade do classificador de identificar corretamente os sinais positivos; *specificity* retrata a capacidade do classificador de identificar corretamente os sinais negativos; finalmente, *F1 Score* é a média harmônica das métricas recall e precisão. De forma geral, quanto mais próximo a 1, tem-se um modelo que melhor captura a dinâmica dos dados. A forma de cálculo dessas medidas encontra-se na Tabela 2.

Tabela 2: Métricas de Avaliação

Acurácia	Precision	Recall	Specificity	F1 Score
$\frac{TP+TN}{TP+TN+FP+FN}$	$\frac{TP}{TP+FP}$	$\frac{TP}{TP+FN}$	$\frac{TN}{TN+FP}$	$\frac{2*Precision*Recall}{Precision+Recall}$

4 Resultados

Uma vez coletados e tratados os dados para a realização da simulação, deu-se início a formulação do modelo classificador baseado na técnica SVM,

com o objetivo de identificar potenciais ativos com a tendência de atingir um determinado alvo de ganho.

Iniciamos a apresentação dos resultados da simulação pela exposição da matriz de confusão de

cada um dos alvos testados, vide Figura 1. Numa análise geral da performance do classificador, podemos inferir que a acurácia do modelo para o *target* de 0.5% foi de 76.27%, de 59.95% para *target* de 1%, de 58.17 para *target* de 1.5% e de 66.25% para *target* de 2%. Para verificar a eficácia do classifi-

cador para identificar membros de uma classe, recorreremos a métrica *recall*. Para o *target* de 0.5% o *recall* foi de 98.16%, de 79.62% para o *target* de 1%, de 46.33% para o *target* de 1.5% e de 23.83% para o *target* de 2%.



Figura 1: Matriz de confusão.

Quanto ao *specificity*, temos para o *target* de 0.5% uma estatística de 4.54%, de 30.42% para o *target* de 1%, de 67.93% para o *target* de 1.5% e de 87.76% para o *target* de 2%. Considerando a métrica *precision*, foi identificado para o *target* de 0.5% um valor de 77.11%, de 63.21% para o *target* de 1%, de 54.56% para o *target* de 1.5% e de 49.67% para o *target* de 2%. Para finalizar o conjunto de métricas de avaliação do classificador para cada um dos *targets*, apresentamos o resultado do *F1 Score*, que para o *target* de 0.5% foi de 86.37%, 70.47% para o *target* de 1%, 50.11% para o *target* de 1.5% e de 32.21% para o *target* de 2%.

Conforme explicitado por meio dos resultados das medidas de avaliação, o classificador que adota o *target* de 0.5% apresentou, destacadamente, as melhores métricas em relação aos demais *targets*, com exceção do *specificity*. Salientamos que se deve levar em consideração o que se busca com o processo de classificação, pois não necessariamente o classificador com melhores resultados globais será o mais indicado no processo de tomada de decisão, uma vez que em algumas circunstâncias ter um classificador que isole determinados efeitos pode ser a melhor alternativa.

Um outro ponto pertinente na análise que não é revelado pela Figura 1, consiste no fato de determinar quão melhor foi o classificador em relação a tomada de decisão adotada de forma ingênua (*naive*). Para essa verificação, assumiremos que, em todos os dias todos os ativos presentes na amostra do dia, o *target* esperado será alcançado, ou que será feito à aposta que será alcançado. Em seguida confrontamos a decisão do *naive* com os dados observados e com o classificador. Dado a formulação do instrumento de comparação, a única métrica possível de análise é o *precision*.

A Figura 2 apresenta então a comparação do *precision* com o uso do classificador e do método *naive*. Para evitar um possível viés de análise, calculamos essa performance em janelas deslizantes de período de dois anos (biênio), com passo de um ano. Dessa forma, obtivemos 14 estratos de comparação em cada um dos parâmetros de *target*. Ressaltamos que, em nenhuma das janelas o desempenho do *naive* foi estatisticamente superior ao do SVM, a um nível de significância de 5%. A performance do classificador que utiliza o *target* de 2% é destacadamente superior ao dos outros *targets*. Em média o classificador SVM com *target* de 2% foi 45.34%

melhor que a classificação *naive*, contra 19.24% do *target* de 1.5%, 5.06% do *target* de 1% e 0.6% do *target* de 0.5%.

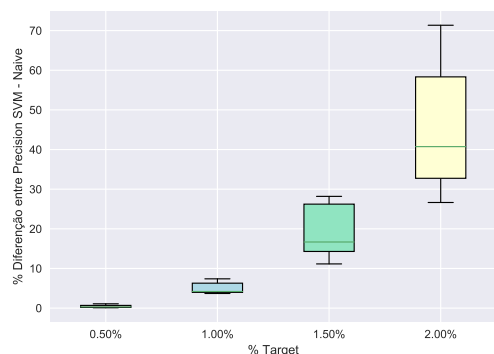


Figura 2: Boxplot dos valores de *precision* obtido pela SVM e pelo método *naive*.

Outro ponto a salientar, trata-se do número de transações apontadas para cada um dos *targets*. Esse resultado é coerente, pois o número total de sinais é maior a medida que se reduz o *target*. A Figura 3 destaca o número de sinais confirmados (*true positive*) por *target* e por cada período de 2 anos.

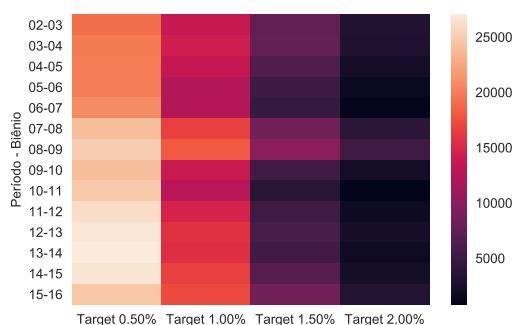


Figura 3: Sinais alcançados por alvo e período.

Já a Figura 4 indica os sinais apontados pelo classificador suscetíveis a alcançar o *target* imposto, mas que fracassaram. Chama atenção a coluna *Target* 1% que tiveram sinais confirmados em patamares superiores aos do *Target* 0.5%, sendo que na Figura 3 pode-se perceber que o número de sinais indicados e confirmados para 0.5% foi maior, assim em termos relativos o número de acertos foi menor para 1%.

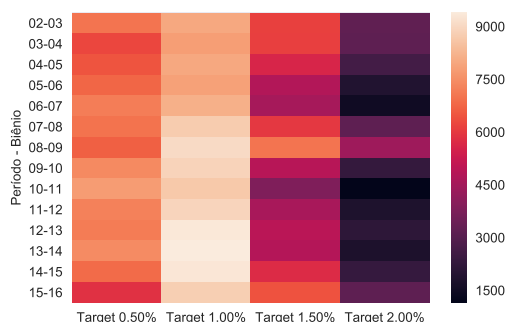


Figura 4: Sinais de insucesso por alvo e período.

A Figura 5 complementa a análise sobre qual das métricas deve ser alvo de maior atenção no processo de tomada de decisão de escolha de um classificador para situações similares a retratada na presente pesquisa. Podemos observar que os *targets* 0.5% e 2% possuem os maiores níveis de perda média por decisão de investimento. Contudo, há uma diferença substancial entre os dois que é o *target*, 0.5% contra 2%.

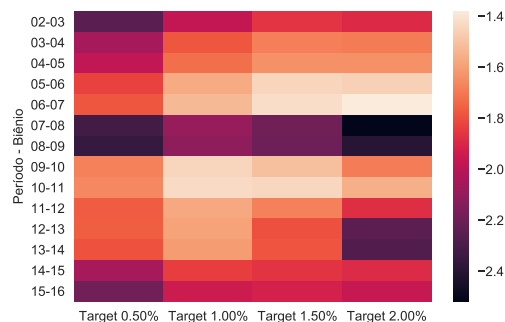


Figura 5: Perda média gerada por cada *false positive*.

Os sinais que não obtiveram sucesso em alcançar o alvo (*false positive*), apresentaram perdas médias de 1.97% para *target* de 0.5%, 1.75% para o *target* de 1%, 1.79% para o *target* de 1.50% e 1.98% para o *target* de 2%, Figura 6. Sendo que, o ratio médio entre a quantidade de sinais *true positive* e *false positive* é de 3.40 para o *target* de 0.50%, 1.71 para o *target* de 1.00%, 0.95 para o *target* de 1.5% e 0.95, também, para o *target* de 2%. Ou seja, apenas o classificador com *target* de 2% é que consegue gerar resultado positivo na proporção 1 : 1.

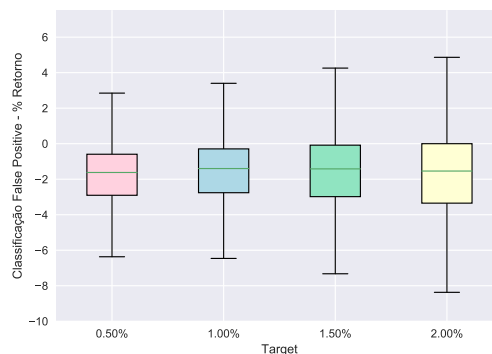


Figura 6: Retorno dos sinais *false positive* por *target*.

5 Conclusões

A instigante dúvida acerca da capacidade de se prever retornos futuros de ativos financeiros parece perdurar na pauta dos acadêmicos. Os estudos indicam que trabalhos conduzidos pela aplicação de técnicas de *machine learning* parecem ser bastante promissores. Seguindo essa linha de pensamento, definimos explorar no presente trabalho a técnica

de *support vector machines*, com o intuito de criar um classificador de movimentos futuros dos preços dos ativos que indicasse uma possível oportunidade de lucro.

A pesquisa apresentou resultados bastante interessantes à medida que foi demonstrado que o desempenho do classificador é sensivelmente melhorado em face da definição de *targets* maiores de retorno esperado. Conforme também indicado na pesquisa, é necessário que se tenha cuidado na definição e/ou escolha de um modelo classificador tomando como base apenas as métricas de avaliação de modelos classificadores. É pertinente que se avalie a qualidade da previsão para decisões de investimento. Há ocasiões que prever quando não operar é mais ou tão importante quando indicado oportunidades de ganho, pois em certas circunstâncias a perda média por decisão equivocada custa mais que os acertos.

Desta forma, um modelo de decisão de investimento baseado em técnicas de inteligência computacional denota um caráter promissor, ensejando grandes possibilidades de continuidade dos estudos. Deixamos, como proposta de estudos futuros, a sugestão de testar mercados diferentes, introduzir análise de liquidez, implementar decisões que envolvem *stop-loss* e testes com outras técnicas de inteligência computacional para previsão do movimento dos retornos dos ativos.

Referências

- [1] Shigeo Abe. *Support vector machines for pattern classification*, volume 2. Springer, 2005.
- [2] Michel Ballings, Dirk Van den Poel, Nathalie Hespeels, and Ruben Gryp. Evaluating multiple classifiers for stock price direction prediction. *Expert Systems with Applications*, 42(20):7046–7056, 2015.
- [3] Bernhard E Boser, Isabelle M Guyon, and Vladimir N Vapnik. A training algorithm for optimal margin classifiers. In *Proceedings of the fifth annual workshop on Computational learning theory*, pages 144–152. ACM, 1992.
- [4] Anthony Brabazon and Michael O’Neill. *Biologically inspired algorithms for financial modelling*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [5] Lijuan Cao and Francis EH Tay. Financial forecasting using support vector machines. *Neural Computing & Applications*, 10(2):184–192, 2001.
- [6] Steve S Chung and Serin Zhang. Volatility estimation using support vector machine: Applications to major foreign exchange rates. *Electronic Journal of Applied Statistical Analysis*, 10(2):499–511, 2017.
- [7] Corinna Cortes and Vladimir Vapnik. Support-vector networks. *Machine learning*, 20(3):273–297, 1995.
- [8] Shom Prasad Das and Sudarsan Padhy. A novel hybrid model using teaching–learning-based optimization and a support vector machine for commodity futures index forecasting. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 9(1):97–111, 2018.
- [9] Hakob Grigoryan. Stock market trend prediction using support vector machines and variable selection methods. 2017.
- [10] Chenn-Jung Huang, Dian-Xiu Yang, and Yi-Ta Chuang. Application of wrapper approach and composite classifier to the stock trend prediction. *Expert Systems with Applications*, 34(4):2870–2878, 2008.
- [11] Wei Huang, Yoshiteru Nakamori, and Shou-Yang Wang. Forecasting stock market movement direction with support vector machine. *Computers & Operations Research*, 32(10):2513–2522, 2005.
- [12] Kyoung-jae Kim. Financial time series forecasting using support vector machines. *Neurocomputing*, 55(1-2):307–319, 2003.
- [13] Leonel A Laboissiere, Ricardo AS Fernandes, and Guilherme G Lage. Maximum and minimum stock price forecasting of brazilian power distribution companies based on artificial neural networks. *Applied Soft Computing*, 35:66–74, 2015.
- [14] Robert K Lai, Chin-Yuan Fan, Wei-Hsiu Huang, and Pei-Chann Chang. Evolving and clustering fuzzy decision tree for financial time series data forecasting. *Expert Systems with Applications*, 36(2):3761–3773, 2009.
- [15] Andrew W Lo, Harry Mamaysky, and Jiang Wang. Foundations of technical analysis: Computational algorithms, statistical inference, and empirical implementation. *The journal of finance*, 55(4):1705–1765, 2000.
- [16] Binoy B Nair, N Mohana Dharini, and VP Mohandas. A stock market trend prediction system using a hybrid decision tree-neuro-fuzzy system. In *Advances in Recent Technologies in Communication and Computing (ART-Com), 2010 International Conference on*, pages 381–385. IEEE, 2010.
- [17] Mahesh Pal and Giles M Foody. Feature selection for classification of hyperspectral data by svm. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 48(5):2297–2307, 2010.
- [18] Jigar Patel, Sahil Shah, Priyank Thakkar, and K Kotecha. Predicting stock market index using fusion of machine learning techniques.

- Expert Systems with Applications*, 42(4):2162–2172, 2015.
- [19] Jie Sun and Hui Li. Financial distress prediction using support vector machines: Ensemble vs. individual. *Applied Soft Computing*, 12(8):2254–2265, 2012.
- [20] M Thenmozhi and G Sarath Chand. Forecasting stock returns based on information transmission across global markets using support vector machines. *Neural Computing and Applications*, 27(4):805–824, 2016.
- [21] Vladimir Vapnik. *Statistical learning theory*. 1998. Wiley, New York, 1998.
- [22] Vladimir Naumovich Vapnik. An overview of statistical learning theory. *IEEE transactions on neural networks*, 10(5):988–999, 1999.
- [23] Jian-Zhou Wang, Ju-Jie Wang, Zhe-George Zhang, and Shu-Po Guo. Forecasting stock indices with back propagation neural network. *Expert Systems with Applications*, 38(11):14346–14355, 2011.
- [24] Binghui Wu and Tingting Duan. A performance comparison of neural networks in forecasting stock price trend. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 10(1):336–346, 2017.